Российская академия наук
Сибирское отделение
Институт систем информатики
имени А. П. Ершова

Н. С. Усоцкая

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЕЙ НА ГИБРИДНО-ВРЕМЕННЫХ СТРУКТУРАХ СОБЫТИЙ

Препринт
133

Новосибирск 2006

В данной работе вводятся и исследуются понятия гибридно-временных трассовых и бисимуляционных эквивалентностей. Демонстрируется сохранение эквивалентных понятий при переходе от гибридно-временных структур событий к безвременным и невозможность соответствующего обратного перехода.

Siberian Division of the Russian Academy of Sciences
A. P. Ershov Institute of Informatics Systems

N. S. Usotskaya

INVESTIGATION OF EQUIVALENCES ON A CONTEXT OF HYBRID-TIME EVENT STRUCTURES

Preprint
133

Novosibirsk 2006

The intention of the paper is to achieve an hierarchy of interconnections for a number of trace equivalences and bisimulations on a context of hybrid-time event structures and prime event structures.

1. ВВЕДЕНИЕ

В теории параллелизма за последние два десятка лет было введено большое разнообразие эквивалентностей, взаимосвязи между которыми довольно хорошо исследованы в литературе [4, 7]. Различные подходы к описанию и изучению поведения систем могут быть классифицированы относительно двух дихотомий: линейное/ветвистое время и интерливинг/"истинный параллелизм". Трассовые эквивалентности являются представителями семантики линейного времени, а бисимуляционные — семантики ветвистого времени. В случае интерливинговой семантики параллелизм между действиями сводится к недетерминированному выбору между последовательными выполнениями этих действий, тогда как в семантике "истинного параллелизма" поведение системы представляется на основе частично упорядоченных мультимножеств.

Последнее время растет интерес к моделированию систем реального времени, которые предполагают необходимость представления хода времени. Формальные методы для спецификации и верификации систем реального времени активно исследовались в течение последних 10 лет [1, 2, 5, 13]. Однако изучение временных эквивалентностей было менее успешно. В статьях [10, 13] рассматривались вопросы, касающиеся распознавания временных интерливинговых эквивалентностей. Литература по эквивалентностям частично упорядоченных моделей реального времени до сих пор незначительна, хотя некоторые продвижения в этом направлении есть [3, 11, 12].

В данной работе вводится модель гибридно-временных структур событий, которая является обобщением структур событий за счет того, что с событиями связываются непрерывно-временные ограничения, представленные в виде интервалов действительных чисел, и с парами причинно зависимых событий — дискретно-временные ограничения, заданные натуральными числами. При функционировании гибридно-временной структуры событий событие может произойти, если все его события-предшественники уже произошли и его временные ограничения выполнены, т.е. событие задерживается относительно событий-предшественников согласно дискретно-временным ограничениям и происходит в интервал времени, соответствующий непрерывно-временному ограничению. Также в данной работе изучаются взаимосвязи между широким спектром гибридно-временных эквивалентностей в семантиках линейного/ветвистого времени и интерливинг/"истинный параллелизм", и устанавливается сохранение эквивалентностей при переходе от гибридно-временного случая к безвременному.

Работа организована следующим образом. Во второй части содержатся основные понятия, связанные с безвременными структурами событий и эквивалентностями на них. Приведены основные известные из литературы утверждения о взаимосвязях данных эквивалентностей. В третьей части рассматриваются гибридно-временные структуры событий и соответствующие расширения эквивалентных понятий. Аналогично безвременному случаю получены взаимосвязи гибридно-временных эквивалентностей. В четвертой части показывается сохранение эквивалентностей при переходе от гибридно-временного случая к безвременному и невозможность соответствующего обратного перехода. В заключении содержится краткий обзор полученных результатов и приведена иерархия взаимосвязей гибридно-временных и безвременных эквивалентных понятий.

2. СТРУКТУРЫ СОБЫТИЙ

В данной части определяются основные понятия теории структур событий и эквивалентные отношения на них.

2.1. Основные понятия

Начнем с определения структуры событий. В дальнейшем все структуры событий будут рассматриваться над одним и тем же конечным алфавитом Act.

Определение 2.1.1 [7]. *(Помеченной) структурой событий* (над алфавитом Act) называют четверку $S = (E_S, \leq_S, \#_S, \ell_S)$, где

- E_S — множество событий,
- $\leq_S \subseteq E_S \times E_S$ — частичный порядок *(отношение причинной зависимости)*, удовлетворяющий *принципу конечности причин*: для всех e из E_S множество $\{e' \in E_S \mid e' \leq_S e\}$ конечно,
- $\#_S \subseteq E_S \times E_S$ — иррефлексивное, симметричное отношение *(отношение конфликта)*, удовлетворяющее *принципу наследования конфликта*:
$$\forall e_1, e_2, e_3 \in E_S : (e_1 \leq_S e_2) \wedge (e_1 \#_S e_3), \Rightarrow (e_2 \#_S e_3),$$
- $\ell_S : E_S \longrightarrow Act$ — функция пометки.

Индекс $_S$ будет в дальнейшем опускаться, если из контекста понятно, о какой структуре событий идет речь.

На рис. 1 представлен пример помеченной структуры событий.

Причинная независимость (*параллелизм*) событий выражается отношением $co \subseteq E \times E$ таким, что
$$e\,co\,e' \iff \neg(e < e' \;\vee\; e' < e \;\vee\; e\#e').$$
Введем также понятие *отношения непосредственной причинной зависимости*: $<_1 = \leq \setminus \leq^*$ [1].

[1] R^* обозначает рефлексивное, транзитивное замыкание отношения R.

$$
S_1: \qquad \begin{array}{ccc} a : e_1 & \longrightarrow & b : e_2 \\ & & \# \\ & & c : e_3 \end{array}
$$

Рис. 1

Структура событий S *конечна*, если множество E конечно. Для $X \subseteq E_S$ *ограничение* S на X определяется как $S\lceil X{=}(X, \leq \cap\, (X \times X), \# \cap\, (X \times X), \ell\,|_X)$.

Две структуры событий *изоморфны* (обозначается $S_1 \cong S_2$), если существует биекция между их множествами событий, сохраняющая отношения $\leq$, $\#$ и пометку событий.

Подмножество $X \subseteq E_S$ в структуре событий S *лево-замкнуто*, если

$$\forall e' \in E,\ e \in X : (e' \leq e), \Rightarrow e' \in X;$$

свободно от конфликтов, если $\forall\, e,\, e' \in X \ \ \neg(\, e \,\#\, e')$. Подмножество $C \subseteq E_S$ будем называть *конфигурацией* структуры событий S, если C конечно, лево-замкнуто и свободно от конфликтов. Пустое множество будем называть *начальной конфигурацией* структуры событий S. Через $\mathcal{C}(S)$ будем обозначать множество всех конфигураций структуры событий S. Для конфигураций C, C' из $\mathcal{C}(S)$ будем писать $C \longrightarrow_S C'$, если $C \subseteq C'$.

2.2. Интерливинговая семантика

Определим понятия интерливинговых трассовой и бисимуляционной эквивалентностей структур событий.

Пусть S — структура событий. Для конфигураций C, C' из $\mathcal{C}(S)$ будем писать $C \xrightarrow{a} C'$, если $a \in Act$, $\ C \longrightarrow_S C'$, $\ C' \setminus C = \{e\}$, $\ \ell(e) = a$. *Пустым действием* $\varepsilon \in Act$ будем называть такое действие, что $\emptyset_S \xrightarrow{\varepsilon} \emptyset_S$. Отношение перехода $\xrightarrow{a}$ расширяется на последовательность действий из Act следующим образом: $C \ \xrightarrow{a_1 \cdots a_n}\ C'$, если существуют $C_1, \ldots, C_n$ из $\mathcal{C}\ (S)$ такие, что $C \xrightarrow{a_1} C_1 \xrightarrow{a_2} \cdots \xrightarrow{a_n} C_n = C'$. Множество $L_i(S) = \{\ w \in Act^* \mid\ \emptyset_S \xrightarrow{w} C,\ C \in \mathcal{C}(S)\}$ называется *i-языком* структуры событий S.

Определение 2.2.1 [7]. Пусть S и S' — структуры событий. Тогда

- S и S' *интерливингово трассово эквивалентны* (обозначается $S \cong_{it} S'$), если $L_i(S){=}L_i(S')$.
- S и S' *интерливингово бисимуляционно эквивалентны* (обозначается $S \cong_{ib} S'$), если существует отношение $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{C}(S) \times \mathcal{C}(S')$ (обозначается $\mathcal{B}\ :\ S \cong_{ib} S'$), удовлетворяющее следующим условиям: $(\emptyset_S\ ,\ \emptyset_{S'}) \in \mathcal{B}$ и для всех $(C, C') \in \mathcal{B}$ выполняется:
  - если $C \xrightarrow{a} C_1$ в S, $a \in Act$, то существует C_1' из $\mathcal{C}(S')$ такая, что $C' \xrightarrow{a} C_1'$ в S' и $(C_1, C_1') \in \mathcal{B}$;

– если $C' \xrightarrow{a} C'_1$ в S', $a \in Act$, то существует C_1 из $\mathcal{C}(S)$ такая, что $C \xrightarrow{a} C_1$ в S и $(C_1, C'_1) \in \mathcal{B}$.

Следующее утверждение показывает связь между интерливинговой трассовой и интерливинговой бисимуляционной эквивалентностями.

Утверждение 2.2.1 [7]. $S_1 \cong_{ib} S_2, \Rightarrow S_1 \cong_{it} S_2$.
Как было показано в [7], данное включение является строгим.

2.3. Семантика частичного порядка

Рассмотрим трассовые и бисимуляционные эквивалентности, основанные на семантике частично упорядоченных мультимножеств.

Определим *частично упорядоченное множество* как структуру событий $p = (E_p, \leq_p, \#_p, \ell_p)$ такую, что $\#_p = \emptyset$. Изоморфные классы P частично упорядоченных множеств p называются *частично упорядоченными мультимножествами* (ЧУММ).

Пусть S — структура событий, P — ЧУММ. Для конфигураций C, C' из $\mathcal{C}(S)$ будем писать $C \xrightarrow{P} C'$, если $C \longrightarrow_S C'$ и P — изоморфный класс $S \lceil (C' \setminus C)$. Множество $L_p(S) = \{P - \text{ЧУММ} \mid \emptyset_S \xrightarrow{P} C,\ \ C \in \mathcal{C}(S)\}$ называется *p-языком* структуры событий S.

Используя p-язык и отношение перехода вида $\xrightarrow{P}$, получаем *частично упорядоченную трассовую эквивалентность* (обозначается $\cong_{pt}$) и *частично упорядоченную бисимуляционную эквивалентность* (обозначается $\cong_{pb}$) аналогично соответствующим интерливинговым эквивалентностям.

Далее представлены взаимосвязи эквивалентностей частичного порядка и интерливинговых эквивалентностей.

Утверждение 2.3.1 [7].
а) $S_1 \cong_{pt} S_2, \Rightarrow S_1 \cong_{it} S_2$;
б) $S_1 \cong_{pb} S_2, \Rightarrow S_1 \cong_{ib} S_2$;
в) $S_1 \cong_{pb} S_2, \Rightarrow S_1 \cong_{pt} S_2$.
Как было показано в [7], все вышеприведенные включения строгие.

Определим понятия эквивалентностей, основанных на сохранении истории и наследовании истории [8], которые являются усилением бисимуляционных эквивалентностей в семантике частичного порядка. Особенностью этого подхода является то, что конфигурации структур событий считаются эквивалентными только в случае, если они имеют одинаковую историю по причинной зависимости.

Определение 2.3.1 [8], [4]. Пусть S, S' — структуры событий.

Отношение $R \subseteq \mathcal{C}(S) \times \mathcal{C}(S') \times \mathcal{P}\,(E_S \times E_{S'})$ называется *[слабой/сильной] сохраняющей историю бисимуляцией* между S и S' (обозначается $R : S$

$\cong_{[w/s]h} S'$), если $(\emptyset,\, \emptyset,\, \emptyset) \in R$ и для любой тройки $(C,\, C',\, f) \in R$ выполнено:

- f — изоморфизм между $S\lceil C$ и $S'\lceil C'$;
- если $C \xrightarrow{a} D,\ a \in Act,$ то существуют D' из $\mathcal{C}(S'),\ f'$ такие, что $C' \xrightarrow{a} D'$ в S', $(D,\, D',\, f') \in R$ и выполнено условие Ξ;
- если $C' \xrightarrow{a} D',\ a \in Act,$ то существуют D из $\mathcal{C}(S),\ f'$ такие, что $C \xrightarrow{a} D$ в $S,\ (D,\, D',\, f') \in R$ и выполнено условие Ξ,

где Ξ есть: "истина"для *слабой*; $f' \mid_C = f$ для *сильной*.

S и S' называются *[слабо/сильно] бисимуляционными с сохранением истории* (обозначается $S \cong_{[w/s]h} S'$), если существует [слабая/сильная] сохраняющая историю бисимуляция R между S и S'.

Определение 2.3.2 [8], [4]. Пусть S, S' — структуры событий.

[Слабая/сильная] сохраняющая историю бисимуляция R между S и S' называется *наследуемой* (обозначается $R : S \cong_{h[w/s]h} S'$), если она удовлетворяет условию:

$$\forall (C, C', f) \in R \wedge D \xrightarrow{a} C,\ a \in Act, \Rightarrow (D, f(D), f\mid_D) \in R.$$

S и S' называются *наследуемо [слабо/сильно] бисимуляционными с сохранением истории* (обозначается $S \cong_{h[w/s]h} S'$), если существует наследуемая [слабо/сильно] сохраняющая историю бисимуляция R между S и S'.

Следующие утверждения показывают взаимосвязи эквивалентностей, основанных на сохранении истории и наследовании истории, и завершают иерархию взаимосвязей эквивалентностей структур событий, известную из литературы.

Утверждение 2.3.2 [7], [8].

а) $S_1 \cong_{hwh} S_2,\ \Rightarrow\ S_1 \cong_{wh} S_2$;
б) $S_1 \cong_{hsh} S_2,\ \Rightarrow\ S_1 \cong_{sh} S_2$;
в) $S_1 \cong_{sh} S_2,\ \Rightarrow\ S_1 \cong_{wh} S_2$;
г) $S_1 \cong_{hsh} S_2, \Rightarrow\ S_1 \cong_{hwh} S_2$;
д) $S_1 \cong_{sh} S_2,\ \Rightarrow\ S_1 \cong_{pb} S_2$.

Согласно статьям [7], [8] все вышеприведенные включения строгие, кроме пункта г).

3. ГИБРИДНО-ВРЕМЕННЫЕ СТРУКТУРЫ СОБЫТИЙ

В данной части будут введены основные понятия, связанные с гибридно-временными структурами событий и эквивалентными отношениями на них.

3.1. Основные понятия

Введем модель гибридно-временных структур событий, которая является расширением модели обычных структур событий за счет добавления временных интервалов на событиях, обозначающих промежутки глобального времени, когда события могут произойти, и добавления задержек, представляющихся натуральными числами, которые сопоставлены паре непосредственно причинно зависимых событий. Выполнение гибридно-временной структуры событий будем называть *гибридно-временной конфигурацией*, которая состоит из конфигурации безвременной структуры событий и временной функции, записывающей для каждого события момент глобального времени, в который данное событие произошло.

Пусть $\mathbf{N}$ — множество натуральных чисел, а $\mathbf{R}_+$ — множество вещественных неотрицательных чисел. Определим множество $Interv = \{ [d_1, d_2] \mid d_1, d_2 \in \mathbf{R}_+ \ \wedge \ d_1 \leq d_2 \}$.

Определение 3.1.1. [11]. *Гибридно-временной структурой событий* (помеченной над множеством действий Act) называется тройка $HS = (S, B, D)$, где

- $S = (E, \leq, \#, \ell)$ — безвременная структура событий (помеченная над множеством действий Act);
- $B : <_1 \longrightarrow \mathbf{N}$ — функция задержки, сопоставляющая каждой паре непосредственно причинно зависимых событий некоторое натуральное число;
- $D : E \longrightarrow Interv$ — временная функция, сопоставляющая каждому событию интервал действительных чисел, причем выполняется: если $e' <_1 e$, то $\min D(e') + B(e', e) \leq \min D(e)$ и $\max D(e') + B(e', e) \leq \max D(e)$.

Пример гибридно-временной структуры событий приведен на рис. 2.

$$
HS_1 : \quad
\begin{array}{ccc}
[3,6] & & [4,8] \\
a : e_1 & \xrightarrow{1} & b : e_2 \\
 & & \# \\
 & & b : e_3 \\
 & & [4,5]
\end{array}
$$

Рис. 2

Гибридно-временные структуры событий HS и HS' называются *изоморфными* (обозначается $HS \simeq HS'$), если существует биекция $\varphi : E_{HS} \longrightarrow E_{HS'}$ такая, что безвременные структуры событий изоморфны, т.е. $S \simeq S'$, и

- для всех e, e' из E_{HS} таких, что $e <_1 e'$, выполнено $B_{HS}(e, e') = B_{HS'}(\varphi(e), \varphi(e'))$;
- для всех e из E_{HS} верно, что $D_{HS}(e) = D_{HS'}(\varphi(e))$.

Пусть $HS = (S, B, D)$ — гибридно-временная структура событий, C из $\mathcal{C}(S)$ и $T : C \longrightarrow \mathbf{R}_+$. Тогда $HC = (C, T)$ — *гибридно-временная конфигурация* в HS, если выполнено следующее условие:

$$[\forall e \in C \; T(e) \in D(e)] \wedge [\forall \; e, e' \in C : \; e <_1 e', \Rightarrow \; T(e) + B(e, e') \leq T(e')].$$

Неформально говоря, двойка, состоящая из конфигурации безвременной структуры событий и временной функции, записывающей для каждого события момент глобального времени, в который данное событие произошло, является гибридно-временной конфигурацией, если выполнены следующие условия:

- событие может произойти только в тот момент времени, когда его временные ограничения выполнены;
- для всех событий e и e', которые произошли, если e непосредственно предшествует e' по причине, тогда e также должно предшествовать e' по времени с учетом дискретной задержки, сопоставленной данной паре событий.

Начальной гибридно-временной конфигурацией в HS называется двойка $HC_{HS} = (\emptyset_S, \emptyset)$. Через $\mathcal{HC}(HS)$ будем обозначать множество гибридно-временных конфигураций HS. Для некоторой пары (C, T), где C является подмножеством E_S, $T : C \longrightarrow \mathbf{R}_+$, в гибридно-временной структуре событий HS сужением HS на (C, T) будем называть $HS \lceil (C, T) = (S \lceil C, B \mid_{C \times C}, T)$. Далее для гибридно-временных конфигураций $HC_1 = (C_1, T_1)$, $HC_2 = (C_2, T_2)$ из $\mathcal{HC}(HS)$ будем писать $HC_1 \longrightarrow HC_2$, если $C_1 \subseteq C_2$ и $T_2|_{C_1} = T_1$.

3.2. Гибридно-временная интерливинговая семантика

Определим понятия интерливинговых трассовой и бисимуляционной эквивалентностей гибридно-временных структур событий.

Пусть $(Act, \mathbf{R}_+) = \{(a, d) \mid a \in Act, \; d \in \mathbf{R}_+\}$ — множество *временных действий.*

Пусть HS — гибридно-временная структура событий. Гибридно-временная конфигурация $HC_1 = (C_1, T_1)$ *переходит* в гибридно-временную конфигурацию $HC_2 = (C_2, T_2)$ в HS посредством *выполнения* временного действия (a, d) (обозначается $HC_1 \stackrel{(a,d)}{\longrightarrow} HC_2$), если $HC_1 \longrightarrow HC_2$, $C_2 \setminus C_1 = \{e\}$, $\ell(e) = a$ и $T_2(e) = d$. *Пустым действием* $\varepsilon \in (Act, \mathbf{R}_+)$ будем называть такое действие, что $HC_{HS} \stackrel{\varepsilon}{\longrightarrow} HC_{HS}$. Отношение перехода расширяется на последовательность временных действий из $(Act, \mathbf{R}_+)^*$ следующим образом: $HC \stackrel{(a_1,d_1)\ldots(a_n,d_n)}{\longrightarrow} HC'$, если существуют $HC_1, \ldots, HC_n$ из $\mathcal{HC}(HS)$ такие, что HC

$\xrightarrow{(a_1,d_1)} HC_1 \xrightarrow{(a_2,d_2)} \dots \xrightarrow{(a_n,d_n)} HC_n = HC'$. Множество $L_{hi}(HS) = \{w \in (Act, \mathbf{R}_+)^* \mid HC_{HS} \xrightarrow{w} HC, \quad HC \in \mathcal{HC}(HS)\}$ называется *hi-языком* гибридно-временной структуры событий HS.

Определение 3.2.1 [11]. Пусть HS и HS' — гибридно-временные структуры событий. Тогда

- HS и HS' *интерливингово трассово эквивалентны* (обозначается $HS \cong_{hit} HS'$), если $L_{hi}(HS) = L_{hi}(HS')$.
- HS и HS' *интерливингово бисимуляционно эквивалентны* (обозначается $HS \cong_{hib} HS'$), если существует отношение $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{HC}(HS) \times \mathcal{HC}(HS')$ (обозначается $\mathcal{B} : HS \cong_{hib} HS'$), удовлетворяющее следующим условиям: $(HC_{HS}, HC_{HS'}) \in \mathcal{B}$ и для всех $(HC, HC') \in \mathcal{B}$ выполняется:
  - если $HC \xrightarrow{(a,d)} HC_1$ в HS, $(a, d) \in (Act, \mathbf{R}_+)$, то существует HC'_1 из $\mathcal{HC}(HS')$ такая, что $HC' \xrightarrow{(a,d)} HC'_1$ в HS' и $(HC_1, HC'_1) \in \mathcal{B}$;
  - если $HC' \xrightarrow{(a,d)} HC'_1$ в HS', $(a, d) \in (Act, \mathbf{R}_+)$, то существует HC_1 из $\mathcal{HC}(HS)$ такая, что $HC \xrightarrow{(a,d)} HC_1$ в HS и $(HC_1, HC'_1) \in \mathcal{B}$.

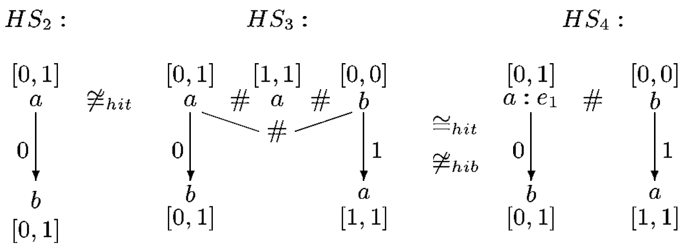

Рис. 3

Для гибридно-временных структур событий, изображенных на рис. 3, имеем, что $HS_3 \cong_{hit} HS_4$, в то время как $HS_2 \not\cong_{hit} HS_3$, так как, например, $(b,0)(a,1)$ лежит в $L_{hi}(HS_3)$ и не принадлежит $L_{hi}(HS_2)$. Однако $HS_3 \not\cong_{hib} HS_4$, потому что из гибридно-временной конфигурации $(\{e_1\}, T_1)$, где $T_1(e_1) = 1$, в HS_4 всегда возможен переход по временному действию $(b,1)$, что неверно для соответсвующей гибридно-временной конфигурации HS_3. Кроме того, верно, что на рис. 4 $HS_5 \cong_{hib} HS_6$.

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & HS_5 : & & & & HS_6 : & \\
[0,1] & & [0,1] & & & [0,1] \\
a & \# & b & & & a \\
\Big\downarrow 0 & & \Big\downarrow 0 & \begin{array}{c}\cong_{hib} \\ \not\cong_{hpt}\end{array} & & \\
b & & a & & & b \\
[0,1] & & [0,1] & & & [0,1]
\end{array}
$$

Рис. 4

Из приведенных выше определений следует

Утверждение 3.2.1. $HS_1 \cong_{hib} HS_2, \Rightarrow HS_1 \cong_{hit} HS_2$.

Рассмотренный выше пример показывает, что включение данных эквивалентностей строгое.

3.3. Семантика гибридно-временного частичного порядка

Рассмотрим трассовые и бисимуляционные эквивалентности, основанные на семантике гибридно-временных частично упорядоченных мультимножеств.

Определим *гибридно-временное частично упорядоченное множество* как гибридно-временную структуру событий $hp = (S_{hp} = (E_{hp}, \leq_{hp}, \#_{hp}, \ell_{hp}), B_{hp}, D_{hp})$ такую, что $\#_{hp} = \emptyset$ и $D_{hp} : E_{hp} \longrightarrow Points$, где $Points = \{[d_1, d_2] \in Interv \mid d_1 = d_2\}$. Изоморфные классы HP гибридно-временных частично упорядоченных множеств hp называются *гибридно-временными частично упорядоченные мультимножествами* (ГВЧУММ).

Теперь рассмотрим отношение перехода вида $\xrightarrow{HP}$, где HP — гибридно-временное частично упорядоченное мультимножество. Пусть HS — гибридно-временная структура событий. Для гибридно-временных конфигураций $HC_1 = (C_1, T_1)$, $HC_2 = (C_2, T_2)$ из $\mathcal{HC}(HS)$ будем писать $HC_1 \xrightarrow{HP} HC_2$, если $HC_1 \longrightarrow HC_2$ и HP — изоморфный класс $(S_{HS}\lceil(C_2 \setminus C_1), B_{HS}\mid_{(C_2\setminus C_1)}, T_2\mid_{(C_2\setminus C_1)})$. Множество $L_{hp}(HS) = \{HP - \text{ГВЧУММ} \mid HC_{HS} \xrightarrow{HP} HC,\ HC \in \mathcal{HC}(HS)\}$ называется *hp-языком* гибридно-временной структуры событий HS.

Используя hp-язык и отношение перехода вида $\xrightarrow{HP}$, получаем *частично упорядоченную трассовую эквивалентность* (обозначается $\cong_{hpt}$) и *частично упорядоченную бисимуляционную эквивалентность* (обозначается $\cong_{hpb}$) гибридно-временных структур событий аналогично соответствующим интерливинговым эквивалентностям.

Для гибридно-временных структур событий, изображенных на рис. 5, $HS_7 \cong_{hpt} HS_8$, однако $HS_7 \not\cong_{hpb} HS_8$, в силу того, что из гибридно-временной конфигурации $(\{e_1\}, T_1)$, где $T_1(e_1) = 1$, в HS_7 всегда возможен переход по обоим гибридно-временным частично упорядоченным мультимножествам $\overset{[2,2]}{b}$ и $\overset{[2,2]}{c}$, что неверно для соответствующей гибридно-временной конфигурации HS_8.

Если вернуться к рис. 4, то $HS_5 \not\cong_{hpt} HS_6$, так как ГВЧУММ $\overset{[0,0]}{a} \xrightarrow{0} \overset{[1,1]}{b}$ принадлежит $L_{hp}(HS_5)$, но не принадлежит $L_{hp}(HS_6)$.

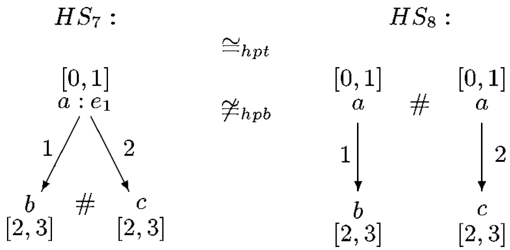

Рис. 5

На рис. 6 приведен пример частично упорядоченно бисимуляционно эквивалентных гибридно-временных структур событий, а именно, $HS_9 \cong_{hpb} HS_{10}$.

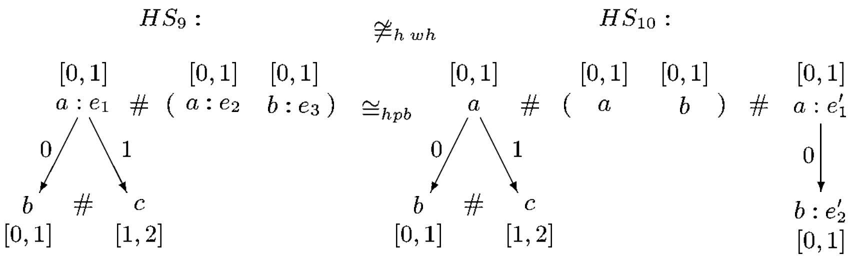

Рис. 6

Из приведенных выше определений следует

Утверждение 3.3.1.

а) $HS_1 \cong_{hpt} HS_2, \Rightarrow HS_1 \cong_{hit} HS_2$;

б) $HS_1 \cong_{hpb} HS_2, \Rightarrow HS_1 \cong_{hib} HS_2$;

в) $HS_1 \cong_{hpb} HS_2, \Rightarrow HS_1 \cong_{hpt} HS_2$.

Как показывают приведенные выше примеры, данные включения эквивалентностей строгие.

Определим обобщения понятий эквивалентностей на гибридно-временных структурах событий, основанные на сохранении истории и наследовании истории, и покажем взаимосвязи рассмотренных эквивалентностей.

Определение 3.3.1. Пусть HS, HS' — гибридно-временные структуры событий.

Отношение $R \subseteq \mathcal{HC}(HS) \times \mathcal{HC}(HS') \times \mathcal{P}(E_S \times E_{S'})$ называется *[слабой/сильной] сохраняющей историю бисимуляцией* между HS и HS' (обозначается $R : HS \cong_{h\ [w/s]h} HS'$), если $(HC_{HS},\ HC_{HS'},\ \emptyset) \in R$ и для любой тройки $(HC = (C, T),\ HC' = (C', T')),\ f)$ из R выполнено:

- f — изоморфизм между $HS \lceil HC$ и $HS' \lceil HC'$;
- если $HC \xrightarrow{(a,d)} HD$, $(a, d) \in (Act, \mathbf{R}_+)$, то существуют HD' из $\mathcal{HC}(HS')$, f' такие, что $HC' \xrightarrow{(a,d)} HD'$ в HS', $(HD,\ HD',\ f') \in R$ и выполнено условие Ξ;
- если $HC' \xrightarrow{(a,d)} HD'$, $(a, d) \in (Act, \mathbf{R}_+)$, то существуют HD из $\mathcal{HC}(HS)$, f' такие, что $HC \xrightarrow{(a,d)} HD$ в HS, $(HD,\ HD',\ f') \in R$ и выполнено условие Ξ,

где Ξ есть: "истина" для *слабой*; $f' |_C = f$ для *сильной*.

HS и HS' называются *[слабо/сильно] бисимуляционными с сохранением истории* (обозначается $HS \cong_{h\ [w/s]h} HS'$), если существует [слабая/сильная] сохраняющая историю бисимуляция R между HS и HS'.

Определение 3.3.2. Пусть HS, HS' — гибридно-временные структуры событий.

[Слабая/сильная] сохраняющая историю бисимуляция R между HS и HS' называется *наследуемой* (обозначается $R : HS \cong_{h\ h[w/s]h} HS'$), если она удовлетворяет условию:

$$\forall (HC, HC', f) \in R \wedge HD \xrightarrow{(a,d)} HC,\ (a, d) \in (Act, \mathbf{R}_+), \Rightarrow (HD, (f(D), T' |_{f(D)}), f |_D) \in R.$$

HS и HS' называются *наследуемо [слабо/сильно] бисимуляционными с сохранением истории* (обозначается $HS \cong_{h\ h[w/s]h} HS'$), если существует наследуемая [слабо/ сильно] сохраняющая историю бисимуляция R между HS и HS'.

Если вернуться к рис. 6, то приведенные гибридно-временные структуры событий не являются слабо сохраняющими историю эквивалентными, т.е. $HS_9 \not\cong_{h\ wh} HS_{10}$, так как предположим, что существует отношение $R : HS_9 \cong_{h\ wh} HS_{10}$, значит, поскольку в HS_{10} возможен переход $HC_{HS_{10}} \xrightarrow{(a,1)} (\{e'_1\}, T'_1)$, где $T'_1(e'_1) = 1$, то выполняется одна из альтернатив в силу определения отношения $\cong_{h\ wh}$:

1) либо $HC_{HS_9} \xrightarrow{(a,1)} (\{e_1\}, T_1)$, где $T_1(e_1) = 1$, $f(e_1) = e_1'$ и тройка $((\{e_1\}, T_1), (\{e_1'\}, T_1'), f)$ принадлежит R. Но из гибридно-временной конфигурации $(\{e_1\}, T_1)$ в HS_9 возможен переход по временному действию $(c, 2)$, тогда как из $(\{e_1'\}, T_1')$ в HS_{10} это невозможно;

2) либо $HC_{HS_9} \xrightarrow{(a,1)} (\{e_2\}, T_1)$, где $T_1(e_2) = 1$, $f(e_2) = e_1'$ и тройка $((\{e_2\}, T_1), (\{e_1'\}, T_1'), f)$ принадлежит R. В обеих гибридно-временных структурах событий из приведенных гибридно-временных конфигураций возможен переход по временному действию $(b, 1)$, но получающиеся гибридно-временные конфигурации $(\{e_2, e_3\}, T_2)$ и $(\{e_1', e_2'\}, T_2')$, где $T_2(e_i) = 1$, $T_2'(e_j') = 1$ для $i = 2, 3$ и $j = 1, 2$, не изоморфны, так как $e_2 \; co \; e_3$, а $e_1' <_1 e_2'$.

$$HS_{11} : (\overset{[0,1]}{b} \;\; \underbrace{\overset{[0,1]}{a} \# \overset{[0,1]}{c}) \# (\overset{[0,1]}{a : e_1} \;\; \overset{[0,1]}{b : e_2}) \# (\overset{[0,1]}{a}}_{\#} \;\; \overset{[0,1]}{b} \# \overset{[0,1]}{c})$$

$$\cong_{h\,sh} \qquad \not\cong_{h\,hwh}$$

$$HS_{12} : (\overset{[0,1]}{b : e_1'} \;\; \overset{[0,1]}{a : e_2'} \# \overset{[0,1]}{c : e_3'}) \# (\overset{[0,1]}{a : e_4'} \;\; \overset{[0,1]}{b : e_5'} \# \overset{[0,1]}{c : e_6'})$$

Рис. 7

Для приведенных на рис. 7 гибридно-временных структур событий $HS_{11} \cong_{h\,sh} HS_{12}$, но $HS_{11} \not\cong_{h\,hwh} HS_{12}$. Предположим, что существует отношение $R : HS_9 \cong_{h\,hwh} HS_{10}$. Тогда, поскольку в HS_{11} возможен переход $HC_{HS_{11}} \xrightarrow{(a,0)} (\{e_1\}, T_1)$, где $T_1(e_1) = 0$, то согласно определению отношения $\cong_{h\,wh}$

— либо $HC_{HS_{12}} \xrightarrow{(a,0)} (\{e_2'\}, T_1')$,

— либо $HC_{HS_{12}} \xrightarrow{(a,0)} (\{e_4'\}, T_1')$,

где $T_1'(e_i') = 0$, $f_1(e_1) = e_i'$ для $i = 2, 4$ и $((\{e_1\}, T_1), (\{e_i'\}, T_1'), f_1)$ принадлежит R. Однако из гибридно-временной конфигурации $(\{e_4'\}, T_1')$ в HS_{12} возможен переход по временному действию $(c, 0)$, а из $(\{e_1\}, T_1)$ в HS_{11} такой переход невозможен, следовательно, тройка $((\{e_1\}, T_1), (\{e_4'\}, T_1'), f_1)$ не принадлежит R по определению отношения $\cong_{h\,wh}$, значит, $((\{e_1\}, T_1), (\{e_2'\}, T_1'), f_1)$ принадлежит R.

Рассуждая аналогично для перехода $HC_{HS_{11}} \xrightarrow{(b,0)} (\{e_2\}, T_2)$, где $T_2(e_2) = 0$, в HS_{11}, получаем, что тройка $((\{e_2\}, T_2), (\{e_5'\}, T_2'), f_2)$, где $T_2(e_2) = 0$, $T_2'(e_5') = 0$, $f_2(e_2) = e_5'$, принадлежит R. Из данных гибридно-временных конфигураций возможен переход по временному действию $(a, 0)$, поэтому по определению отношения $\cong_{h\,hwh}$ тройка $((\{e_1, e_2\}, T_3), (\{e_4', e_5'\}, T_3'), f_3)$, где $f_3(e_1) = e_4'$, $f_3(e_2) = e_5'$, $T_3(e_i) = 0$, $T_3'(e_j') = 0$ для $i = 1, 2$ и $j = 4, 5$, принадлежит R. Однако, поскольку R — наследуемое, а $(\{e_1\}, T_3 \mid_{\{e_1\}}) \in \mathcal{HC}(HS_{11})$,

$(\{e'_4\}, T'_3 \mid_{\{e'_4\}}) \in \mathcal{HC}(HS_{12})$, то тройка $((\{e_1\}, T_3 \mid_{\{e_1\}}), (\{e'_4\}, T'_3 \mid_{\{e'_4\}}), f_3 \mid_{\{e_1\}})$ лежит в R, но это противоречит рассуждениям выше.

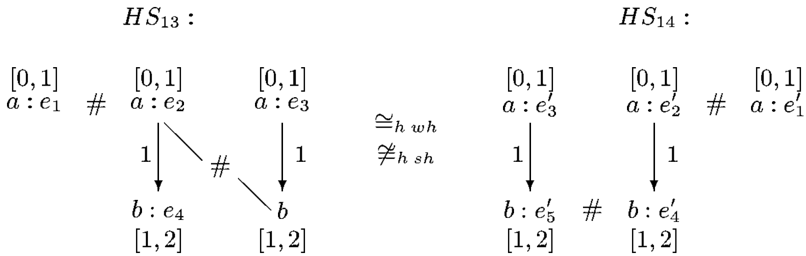

Рис. 8

На рис. 8 представлен пример гибридно-временных структур событий таких, что $HS_{13} \cong_{h\ wh} HS_{14}$, но $HS_{13} \not\cong_{h\ sh} HS_{14}$. Предположим, что существует отношение $R : HS_{13} \cong_{h\ sh} HS_{14}$. Поскольку в HS_{13} возможен переход $HC_{HS_{13}} \xrightarrow{(a,0)} (\{e_3\}, T_1)$, где $T_1(e_3) = 0$, то аналогичный переход должен существовать и в HS_{14} по определению отношения R. Возможны три случая.

- $HC_{HS_{14}} \xrightarrow{(a,0)} (\{e'_1\}, T'_1)$, где $T'_1(e'_1) = 0$, значит, тройка $((\{e_3\}, T_1), (\{e'_1\}, T'_1), f)$ лежит в R, где $f(e_3) = e'_1$. Однако из полученной гибридно-временной конфигурации в HS_{13} возможен переход по временному действию $(b, 1)$, тогда как в HS_{14} это не возможно.
- $HC_{HS_{14}} \xrightarrow{(a,0)} (\{e'_2\}, T'_1)$, где $T'_1(e'_2) = 0$, значит, тройка $((\{e_3\}, T_1), (\{e'_2\}, T'_1), f_1)$ принадлежит R, где $f_1(e_3) = e'_2$. В обеих гибридно-временных структурах событий есть переход из данных конфигураций по временному действию $(a, 0)$, поэтому по определению отношения R тройка $((\{e_2, e_3\}, T_2), (\{e'_2, e'_3\}, T'_2), f_2)$ лежит в R, где $f_2(e_2) = e'_3$, $f_2(e_3) = e'_2$, $T_2(e_i) = 0$, $T'_2(e'_i) = 0$ для $i = 2, 3$. Поскольку в HS_{14} возможен переход по $(b, 1)$ в гибридно-временную конфигурацию $(\{e'_2, e'_3, e'_4\}, T'_3)$, где $T'_3(e'_4) = 1$, $T'_3(e'_i) = 0$ для $i = 2, 3$, то аналогичный переход должен существовать и в HS_{13}. Действительно, $(\{e_2, e_3\}, T_2) \xrightarrow{(b,1)} (\{e_2, e_3, e_4\}, T_3)$, где $T_3(e_i) = 0$ для $i = 2, 3$, $T_3(e_4) = 1$, поэтому тройка $((\{e_2, e_3, e_4\}, T_3), (\{e'_2, e'_3, e'_4\}, T'_3), f_3)$ принадлежит R, где $f_3(e_2) = e'_3$, $f_3(e_3) = e'_2$, $f_3(e_4) = e'_4$ согласно определению отношения R. Однако в таком случае f_3 не является изоморфизмом гибридно-временных конфигураций, так как $e_2 <_1 e_4$, но e'_3 *co* e'_4.
- $HC_{HS_{14}} \xrightarrow{(a,0)} (\{e'_3\}, T'_1)$, где $T'_1(e'_3) = 0$, значит, тройка $((\{e_3\}, T_1), (\{e'_3\}, T'_1), f_1)$ принадлежит R, где $f_1(e_3) = e'_3$. Так как в HS_{13} возможен

переход $(\{e_3\}, T_1) \stackrel{(a,0)}{\longrightarrow} (\{e_2, e_3\}, T_2)$, где $T_2(e_i) = 0$ для $i = 2, 3$, то аналогично вышеприведенным рассуждениям возможны два случая:

– $(\{e'_3\}, T'_1) \stackrel{(a,0)}{\longrightarrow} (\{e'_2, e'_3\}, T'_2)$, где $T'_2(e'_i) = 0$ для $i = 2, 3$, причем тройка $((\{e_2, e_3\}, T_2), (\{e'_3, e'_2\}, T'_2), f_2)$ лежит в R, где $f_2(e_3) = e'_3$, $f_2(e_2) = e'_2$. Используя преход по $(b, 1)$, получаем аналогично, что тройка $((\{e_2, e_3, e_4\}, T_3), (\{e'_2, e'_3, e'_5\}, T'_3), f_3)$ принадлежит R, где $T_3(e_i) = 0$, $T'_3(e'_i) = 0$ для $i = 2, 3$, $T_3(e_4) = 1$, $T'_3(e'_5) = 1$, и согласно определению отношения R имеем $f_3(e_2) = e'_2$, $f_3(e_3) = e'_3$, $f_3(e_4) = e'_5$. Однако, в таком случае f_3 не является изоморфизмом гибридно-временных конфигураций, так как $e_2 <_1 e_4$, но e'_2 *co* e'_5.
– $(\{e'_3\}, T'_1) \stackrel{(a,0)}{\longrightarrow} (\{e'_1, e'_3\}, T'_2)$, где $T'_2(e'_i) = 0$ для $i = 1, 3$, причем тройка $((\{e_2, e_3\}, T_2), (\{e'_1, e'_3\}, T'_2), f_2)$ принадлежит R, где $f_2(e_3) = e'_3$, $f_2(e_2) = e'_1$. Используя преход по $(b, 1)$, получаем аналогично, что тройка $((\{e_2, e_3, e_4\}, T_3), (\{e'_1, e'_3, e'_5\}\ T'_3), f_3)$ лежит в R, где $T_3(e_i) = 0$, $T'_3(e'_i) = 0$ для $i = 1, 3$, $T_3(e_4) = 1$, $T'_3(e'_5) = 1$, и согласно определению отношения R имеем $f_3(e_2) = e'_1$, $f_3(e_3) = e'_3$, $f_3(e_4) = e'_5$. Однако, в таком случае f_3 не является изоморфизмом гибридно-временных конфигураций, так как $e_2 <_1 e_4$, но e'_1 *co* e'_5.

Таким образом, $HS_{13} \not\cong_{h\ sh} HS_{14}$.

Дальнейшие утверждения демонстрируют взаимосвязи между сохраняющими историю и наследующими историю эквивалентностями гибридно-временных структур событий.

Утверждение 3.3.2.

а) $HS_1 \cong_{h\ hwh} HS_2, \Rightarrow HS_1 \cong_{h\ wh} HS_2$;
б) $HS_1 \cong_{h\ hsh} HS_2, \Rightarrow HS_1 \cong_{h\ sh} HS_2$;
в) $HS_1 \cong_{h\ sh} HS_2, \Rightarrow HS_1 \cong_{h\ wh} HS_2$;
г) $HS_1 \cong_{h\ hsh} HS_2, \Rightarrow HS_1 \cong_{h\ hwh} HS_2$;
д) $HS_1 \cong_{h\ sh} HS_2, \Rightarrow HS_1 \cong_{hpb} HS_2$.

Доказательство.
Пункты а) — г) следуют непосредственно из определений.

д)Пусть $HS_1 \cong_{h\ sh} HS_2$, значит, существует отношение $R : HS_1 \cong_{h\ sh} HS_2$. Построим отношение $R' = \{(HC, HC') \mid \exists f : (HC, HC', f) \in R\}$.

Легко показать индукцией по количеству временных действий в разбиении гибридно-временного ЧУММ, что R' является частично упорядоченной бисимуляцией между HS_1 и HS_2. Значит, $HS_1 \cong_{hpb} HS_2$. $\diamondsuit$

Как показывают приведенные выше примеры, данные включения являются строгими, кроме пункта г).

4. ВЗАИМОСВЯЗЬ БЕЗВРЕМЕННЫХ И ГИБРИДНО-ВРЕМЕННЫХ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЕЙ

В данной части будут рассмотрены взаимосвязи между семантиками в гибридно-временном и безвременном случаях. Будет показано сохранение эквивалентностей при переходе от гибридно-временного случая к соответствующему безвременному и несохранение эквивалентности при обратном переходе.

В дальнейшем в данной главе HS_1, HS_2 являются гибридно-временными структурами событий, причем $HS_i = (S_i, B_i, D_i)$ для $i = 1, 2$.

Рассмотрим гибридно-временную интерливинговую семантику.

Утверждение 4.1.
Пусть $HS_1 \cong_{hit} HS_2$. Тогда $S_1 \cong_{it} S_2$.

Доказательство. Пусть $HS_1 \cong_{hit} HS_2$, тогда $L_{hi}(HS_1) = L_{hi}(HS_2)$. Докажем, что $L_i(S_1) \subseteq L_i(S_2)$. Пусть $w' \in L_i(S_1)$ и $w' = a_1 \ldots a_n$. Тогда существуют $C_1, \ldots, C_n$ из $\mathcal{C}(S_1)$ такие, что $\emptyset \xrightarrow{a_1} C_1 \xrightarrow{a_2} \ldots \xrightarrow{a_n} C_n$.

Индукцией по n покажем, что для некоторых $d_1, \ldots, d_n$ возможны переходы $HC_{HS_1} \xrightarrow{(a_1,d_1)} HC_2 \xrightarrow{(a_2,d_2)} \ldots \xrightarrow{(a_n,d_n)} HC_n$ в HS_1 для $HC_1, \ldots, HC_n$ из $\mathcal{HC}(HS_1)$.

- $n = 0$. Тривиально, поскольку ε лежит в $L_{hi}(HS_1)$.
- $n > 0$. Имеем, что $HC_{HS_1} \xrightarrow{(a_1,d_1)} (C_1, T_1) \xrightarrow{(a_2,d_2)} \ldots \xrightarrow{(a_{n-1},d_{n-1})} (C_{n-1}, T_{n-1})$ в HS_1, причем $HC_i \in \mathcal{HC}(HS_1)$ и d_i — минимально возможные для i из $\{1,\ldots,n-1\}$. А также $C_{n-1} \xrightarrow{a_n} C_n$ в S_1, причем $C_n \setminus C_{n-1} = \{e\}$.

  Возможны 2 случая:
  - не существует e' из C_{n-1} таких, что $e' <_1 e$, тогда положим $T_n(e) = \min D_1(e) = d_n$ и $T_n \mid_{C_{n-1}} = T_{n-1}$;
  - существует e' из C_{n-1} такое, что $e' <_1 e$, значит, в силу определений гибридно-временной структуры событий и гибридно-временной конфигурации

    $$\begin{aligned} &\max_{e' \in C_{n-1} : e' <_1 e}\{T_{n-1}(e') + B_1(e', e)\} \leq \\ &\quad \leq \max_{e' \in C_{n-1} : e' <_1 e}\{\max D_1(e') + B_1(e', e)\} \leq \\ &\quad \leq \max\{\max D_1(e)\} = \max D_1(e), \end{aligned}$$

    т.е. существует d_n из $D_1(e)$ такое, что $d_n \geq T_{n-1}(e') + B_1\ (e', e)$ для любых e' из C_{n-1} таких, что $e' <_1 e$. В таком случае положим $T_n \mid_{C_{n-1}} = T_{n-1}$ и $T_n(e) = d_n$, где d_n — минимально возможное.

  Легко проверить, что (C_n, T_n) лежит в $\mathcal{HC}(HS_1)$ и $(C_{n-1}, T_{n-1}) \xrightarrow{(a_n,d_n)} (C_n, T_n)$ в HS_1. Следовательно, верно $(a_1, d_1) \ldots (a_n, d_n) \in L_{hi}(HS_1)$.

Поскольку $L_{hi}(HS_1) = L_{hi}(HS_2)$ по условию, то $w' = a_1 \ldots a_n \in L_i(S_2)$ по определению i-языка. Тогда имеем $L_i(S_1) \subseteq L_i(S_2)$.

$\diamondsuit$

Утверждение 4.2.

Пусть $HS_1 \cong_{hib} HS_2$. *Тогда* $S_1 \cong_{ib} S_2$.

Доказательство. Пусть $HS_1 \cong_{hib} HS_2$, тогда существует отношение $\mathcal{B} : HS_1 \cong_{hib} HS_2$.

Построим отношение $R = \{(C, D) \mid \exists\, T, T' : ((C, T), (D, T')) \in \mathcal{B}\}$. Покажем, что $R : S_1 \cong_{ib} S_2$.

- $(HC_{HS_1}, HC_{HS_2}) \in \mathcal{B}$ по определению отношения $\cong_{hib}$. Следовательно, $(\emptyset_1, \emptyset_2) \in R$ по построению R.
- Пусть $(C, D) \in R$, $C \xrightarrow{a} C_1$ в S_1 и $C_1 \setminus C = \{e\}$. Значит, существуют T, T' такие, что $((C, T), (D, T')) \in \mathcal{B}$. Аналогично рассуждениям в доказательстве утверждения 4.1 существует d из $D_1(e)$ такой, что если положить $T_1(e) = d$, $T_1 \mid_C = T$, то $(C, T) \xrightarrow{(a,d)} (C_1, T_1)$ из $\mathcal{HC}(HS_1)$, следовательно, $(D, T') \xrightarrow{(a,d)} (D_1, T_1')$ из $\mathcal{HC}(HS_2)$ в HS_2 и $((C_1, T_1), (D_1, T_1'))$ лежит в $\mathcal{B}$ по определению отношения $\cong_{hib}$. Значит, верно $D \xrightarrow{a} D_1$ и $(C_1, D_1) \in R$ по построению.

$\diamondsuit$

Рассмотрим семантику гибридно-временного частичного порядка.

Утверждение 4.3.

Пусть $HS_1 \cong_{hpt} HS_2$. *Тогда* $S_1 \cong_{pt} S_2$.

Доказательство. Пусть $HS_1 \cong_{hpt} HS_2$, тогда $L_{hp}(HS_1) = L_{hp}(HS_2)$. Докажем, что $L_p\ (S_1) \subseteq L_p\ (S_2)$.

Пусть $w \in L_p(S_1)$. Тогда имеем, что $\emptyset_1 \xrightarrow{w} C$ из $\mathcal{C}(S_1)$ и w изоморфно $(C, \leq, \emptyset, \ell_1|_C)$, т.е. существует изоморфизм $\varphi : w \longrightarrow S \lceil C$.

Для всех e из C положим $T(e) = \min D_1(e)$. (C, T) принадлежит $\mathcal{HC}(HS_1)$ в силу определения гибридно-временной структуры событий, тогда для всех e из C положим $D_w(\varphi(e)) = [T(e),\ T\ (e)]$, $B_w\ (\varphi(e_1), \varphi(e_2)) = B_1\ (e_1, e_2)$, где e_1, e_2 из C такие, что $e_1 <_1 e_2$. Легко проверить, что $w' = (w, B_w, D_w)$ является гибридно-временным частично упорядоченным мультимножеством и $HC_{HS_1} \xrightarrow{w'} (C, T)$ в HS_1. Значит, w' принадлежит $L_{hp}(HS_1) = L_{hp}(HS_2)$, следовательно, w лежит в $L_p(S_2)$. Таким образом, $L_p(S_1) \subseteq L_p(S_2)$.

$\diamondsuit$

Утверждение 4.4.

Пусть $HS_1 \cong_{hpb} HS_2$. *Тогда* $S_1 \cong_{pb} S_2$.

Доказательство. Пусть $HS_1 \cong_{hpb} HS_2$, тогда существует отношение $\mathcal{B} : HS_1 \cong_{hpb} HS_2$.

Построим отношение $R = \{(C, D) \mid \exists\, T, T'\ \ ((C, T), (D, T')) \in \mathcal{B}\}$. Покажем, что $R : S_1 \cong_{pb} S_2$.

- $(\emptyset_1, \emptyset_2)$ принадлежит R с очевидностью.
- Пусть $(C, D) \in R$ и $C \xrightarrow{u} C_1$, тогда существуют T, T' такие, что $((C, T), (D, T'))$ принадлежит $\mathcal{B}$.

  Для всех e из E_u рассмотрим множества $Q(e) = \{e' \in C \mid e' <_1 e\}$ и $P(e) = \{e' \in E_u \mid e' <_1 e\}$. Положим $T_1 \mid_C = T$ и рассмотрим e из E_u в таком порядке, что для любого e' из $Q(e) \cup P(e)$ $T_1(e')$ уже определено. Тогда положим

  $$T_1(e) = \min\{t \in D_1(e) \mid t \geq T(e') + B_1(e', e)\ \forall e' \in Q(e) \cup P(e)\},$$

  что возможно в силу определения гибридно-временной структуры событий. Значит, (C_1, T_1) лежит в $\mathcal{HC}(HS_1)$ по определению гибридно-временной конфигурации, поэтому соответствующий u' — ГВЧУММ и $(C, T) \xrightarrow{u'} (C_1, T_1)$, тогда существует T_1' такая, что $(D, T') \xrightarrow{u'} (D_1, T_1')$ и $((C_1, T_1), (D_1, T_1'))$ лежит в $\mathcal{B}$ по определению отношения $\cong_{hpb}$, значит, $D \xrightarrow{u} D_1$, т.е. (C_1, D_1) принадлежит R по построению.

$\diamondsuit$

Утверждение 4.5.

Пусть $HS_1 \cong_{h\ wh} HS_2$. Тогда $S_1 \cong_{wh} S_2$.

Доказательство. Пусть $HS_1 \cong_{h\ wh} HS_2$, тогда существует отношение $\mathcal{B} : HS_1 \cong_{h\ wh} HS_2$.

Построим отношение $R = \{(C, C', f) \mid \exists\ T, T', f : (HC, HC', f) \in \mathcal{B}\}$. Покажем, что $R : S_1 \cong_{wh} S_2$.

- $(\emptyset_1, \emptyset_2, \emptyset)$ лежит в R с очевидностью.
- Пусть $(C, C', f) \in R$, $C \xrightarrow{a} C_1$ и $C_1 \setminus C = \{e\}$, тогда существуют T, T', f такие, что $((C, T),(C', T'), f)$ лежит в $\mathcal{B}$.

  Для всех e' из C положим $T_1(e') = T(e')$. Рассмотрим множество $Q = \{e' \in C \mid e' <_1 e\}$. В силу определения гибридно-временных структур событий аналогично рассуждениям в доказательстве утверждения 4.1 существует d из $D_1(e)$ такое, что $d \geq T_1(e') + B_1(e', e)$ для любого e' из Q. Положим $T_1(e) = d$, значит, (C_1, T_1) лежит в $\mathcal{HC}(HS_1)$, тогда $(C, T) \xrightarrow{(a,d)} (C_1, T_1)$. По определению отношения $\cong_{h\ wh}$ $(C', T') \xrightarrow{(a,d)} (C_1', T_1')$ в HS_2 и $((C_1, T_1), (C_1', T_1'), g)$ принадлежит $\mathcal{B}$, где g — изоморфизм между $S_1 \lceil C_1$ и $S_2 \lceil C_1'$. Отсюда непосредственно следует, что $C' \xrightarrow{a} C_1'$ и (C_1, C_1', g) лежит в R.

$\diamondsuit$

Утверждение 4.6.

Пусть $HS_1 \cong_{h\ sh} HS_2$. Тогда $S_1 \cong_{sh} S_2$.

Доказательство. Проводится аналогично случаю слабой сохраняющей историю бисимуляции гибридно-временных структур событий, однако по определению отношения $\cong_{h\ sh}$ $g \mid_C = f$, т.е. является соответствующим расширением f, но тогда для безвременных структур событий данное свойство также сохраняется.

$\diamondsuit$

Утверждение 4.7.

Пусть $HS_1 \cong_{h\,h*h} HS_2$, *где* $* \in \{w,\ s\}$. *Тогда* $S_1 \cong_{h*h} S_2$.

Доказательство. Тот факт, что $S_1 \cong_{*h} S_2$, был доказан выше в утверждениях 4.5, 4.6. Покажем, что отношение R, введенное в доказательстве утверждения 4.5, является наследуемым.

Пусть $(C,\ C',\ f)$ принадлежит R, $D \xrightarrow{a} C$ в S_1 и $C \setminus D = \{e\}$, причем $\ell_1(e) = a$. Тогда по определению отношения R существуют T, T', f такие, что $((C,\ T),\ (C',\ T'),\ f)$ лежит в $\mathcal{B}$.

Положим $T_D = T\ |_D$, тогда нетрудно проверить, что $(D,\ T_D) \longrightarrow HC$ в HS_1.

Рассмотрим множество $Q = \{e' \in D \mid \ e' <_1 e\}$. В силу определения гибридно-временных структур событий аналогично рассуждениям в доказательстве утверждения 4.1 существует d из $D_1(e)$ такое, что $d \geq T_D(e') + B_1(e',\ e)$ для всех e' из Q. Значит, $HD \overset{(a,d)}{\longrightarrow} HC$, тогда в силу определения отношения $\mathcal{B}$ $((D,\ T_D),\ (f(D),\ T'\ |_{f(D)}),\ f\ |_D)$ принадлежит $\mathcal{B}$. Тогда $(D,\ f(D),\ f\ |_D)$ лежит в R, значит, R — наследуемое.

$\diamondsuit$

Покажем несохранение эквивалентностей при переходе от безвременных структур событий к гибридно-временным посредством таймирования.

$$a \quad \cong_{hsh} \quad a \ \# \ a$$

$$\overset{[0,1]}{a} \quad \not\cong_{hit} \quad \overset{[2,3]}{a} \quad \# \quad \overset{[2,3]}{a}$$

Рис. 9

Имеем, что представленные выше безвременные структуры событий наследуемо сильно бисимуляционны с сохранением истории (самая сильная из рассмотренных безвременных эквивалентностей), но при указанном таймировании гибридно-временные структуры событий не являются даже интерливингово трассово эквивалентными.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для гибридно-временных структур событий был исследован ряд эквивалентностей и получена иерархия их взаимосвязей. Было проверено, что при переходе от гибридно-временного случая к безвременному имеет место сохранение эквивалентностей, а также, что соответствующий обратный переход не возможен.

На рис. 10 на переднем плане представлены известные ранее ([4], [7], [8]) взаимосвязи безвременных эквивалентных понятий (выделено толстыми линиями), а на втором плане — полученные взаимосвязи для гибридно-временных вариантов. Наклонные стрелки демонстрируют сохранение эквивалентностей при переходе от гибридно-временного случая к безвременному.

В дальнейшем предполагается ввести и исследовать поведенческие эквивалентности гибридно-временных сетей Петри [6].

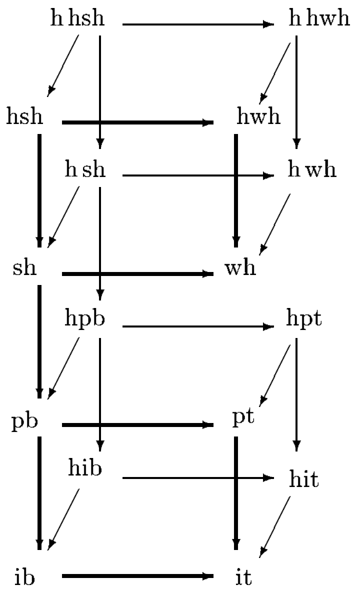

Рис. 10

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Alur R., Dill D.** The theory of timed automata // Theor. Comput. Sci. – 1994. – Vol. 126. – P. 183–235.
2. **Alur R., Henzinger T.A.** Logics and models of real time: a survey // Lect. Notes Comput. Sci. – 1992. – Vol. 600. – P. 74–106.

3. **Andreeva M. V., Virbitskaite I. B.** Observational Equivalences for Timed Stable Event Structures // Fundamenta Informaticae – 2006. – Vol. 72. – P. 1–19.
4. **Bednarczyk M. A.** Hereditory history preserving bisimulation or what is the power of the future perfect in program logics. – Gdansk, 1991. – (Tech. Rep. / Polish Academy of Science).
5. **Baier C., Katoen J.-P., Latella D.** Metric semantics for true concurrent real time // Proc. 25th Int. Colloquium, ICALP'98, Aalborg, Denmark. – 1998. – P. 568–579.
6. **David R., Alla H.** Discrete, Continuous and Hybrid Petri Nets. – Springer-Verlag, 2004.
7. **van Glabbeek R. J., Goltz U.** Equivalence notions for concurrent systems and refinement of actions // Lect. Notes Comput. Sci. – 1989. – Vol. 379. – P. 237–248.
8. **van Glabbeek R. J., Goltz U.** Refinement of actions and equivalence notions for concurrent systems // Acta Informatica. – 2001. – Vol. 37. — P. 229–327.
9. **Maggiolo-Schettini A., Winkowski J.** Towards an algebra for timed behaviours// Theor. Comput. Sci. – 1992. – Vol. 103. – P. 335–363.
10. **Steffen B., Weise C.** Deciding testing equivalence for real-time processes with dense time // Lect. Notes Comput. Sci. – 1993. – Vol. 711. – P. 703–713.
11. **Virbitskaite I. B.** An Observation Semantics for Timed Event Structures // Lect. Notes Comput. Sci. – 2001. – Vol. 2244. – P. 215–225.
12. **Virbitskaite I. B., Gribovskaya N. S.** Open maps and Observational Equivalences for Timed Partial Order Models // Fundamenta Informaticae. – 2004. – Vol. 61.
13. **Weise C., Lenzkes D.** Efficient scaling-invariant checking of timed bisimulation // Lect. Notes Comput. Sci. – 1997. – Vol. 1200. – P. 176–188.