

Российская академия наук  
Сибирское отделение  
Институт систем информатики  
им. А.П.Ершова

На правах рукописи

Боженкова Елена Николаевна

АНАЛИЗ СВОЙСТВ  
ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ И ПРОЦЕССОВ  
РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ,  
ПРЕДСТАВЛЕННЫХ МОДЕЛЯМИ СТРУКТУР  
СОБЫТИЙ

05.13.11 — математическое и программное обеспечение  
вычислительных машин, комплексов, систем и сетей

**Автореферат**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Новосибирск, 2000

Работа выполнена в Институте систем информатики  
Сибирского отделения Российской академии наук

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук,  
Вирбицкайте И.Б.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
Евстигнеев В.А.  
кандидат физико-математических наук,  
Соколов В.А.

Ведущая организация: Институт программных систем РАН  
(г. Переяславль-Залесский)

Защита состоится 26 июня 2000 года в 14 час. 30 мин. на заседании  
диссертационного совета К0003.93.01 в Институте систем информатики  
Сибирского отделения РАН по адресу:

630090, г.Новосибирск, пр. Лаврентьева, 6.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале библиотеки  
ВЦ СО РАН (пр. Лаврентьева, 6).

Автореферат разослан “ \_\_ ” мая 2000 г.

Ученый секретарь  
специализированного совета  
К0003.93.01  
к.ф.-м.н.

М.А.Бульонков

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность.** Параллельная обработка информации широко используется для увеличения производительности вычислительных систем. Процесс проектирования параллельных систем — нетривиальная задача, требующая для своего решения фундаментальных исследований, основанных на различных формальных методах и средствах, которые варьируются в зависимости от класса моделируемых систем, степени детализации их структуры и поведения, а также от характера изучаемых проблем. Одно из направлений исследований — развитие формальных моделей. С помощью формальных моделей исследуются поведенческие свойства параллельных систем, а также разрабатываются методы спецификаций, анализа и синтеза параллельных процессов.

При изучении формальных моделей был установлен ряд фундаментальных фактов, которые позволили лучше понять природу параллельных вычислений. Для исследования семантических аспектов параллельных программ и процессов было предложено большое количество абстрактных моделей как интерливинговых (системы переходов, автоматы, алгебры процессов), так и моделей “истинного” параллелизма (частично-упорядоченные множества, языки трасс, причинно-следственные структуры, структуры событий).

При исследовании системы обычно используют два подхода. При первом подходе отправной точкой является сама система, и ее поведенческие свойства изучаются в терминах абстрактной модели. Другой подход — изначально рассматривать модель, которая может быть проинтерпретирована как реальный процесс. С целью адекватного представления реальных параллельных процессов посредством ациклических бесконфликтных сетей-процессов К. Петри ввел ‘аксиомы параллельности’ (свойства дискретности, плотности, перекрестности, когерентности, непрерывности). Эти свойства позволили лучше понять взаимосвязи между отношениями причинной зависимости и параллелизма. И в дальнейшем возможности новых формальных моделей исследовались с помощью ‘аксиом параллельности’. А именно, свойства дискретности и непрерывности были обобщены и детально изучены А. Бестом, Х. Плюнке, П. Тиагараджаном для частично-упорядоченных множеств и В.Е. Котовым и Л.А. Черкасовой для класса сетей-процессов с недетерминированным выбором. Первичные структуры событий, вве-

денные Г. Винскем, стали одной из центральных моделей параллельных и недетерминированных процессов и фактически обобщают указанные выше модели. Одно из основных приложений структур событий состоит в определении семантики “истинного” параллелизма для алгебраических языков процессов. Было показано, что ряд свойств плотности позволяет строить простые и элегантные системы алгебраических спецификаций параллельных процессов. Поэтому изучение ‘аксиом параллельности’ в контексте структур событий — важная задача для исследования. Для класса первичных структур событий ряд свойств дискретности был сформулирован и изучен в работах И.Б. Вирбицкайте. Далее Г. Будолем и И. Кастеллани был предложен более общий класс структур событий — локальные структуры событий. И стало важно обобщить ‘аксиомы параллельности’ для этой модели, чтобы понять взаимосвязи трех базовых отношений: причинной зависимости, недетерминированного выбора и параллелизма.

В центре любой теории, изучающей формальные модели представления параллельных распределенных/систем, лежит понятие эквивалентности. Оно важно для спецификации и верификации систем, повышения уровня абстракции и упрощения структуры. В настоящее время для параллельных/распределенных систем существует большое разнообразие эквивалентностных понятий. Наиболее известными являются два подхода — бисимуляционный и тестовый. При первом подходе эквивалентность формулируется в терминах рекурсивно определяемых отношений. Разработаны эффективные алгоритмы распознавания бисимуляции для систем с конечным числом состояний. При тестовом подходе поведение системы исследуется посредством набора тестов. Два процесса считаются тестово эквивалентными, если они могут или должны проходить один и тот же набор тестов. Такое эквивалентностное понятие привело к появлению математической теории, которая естественным образом объединяет эквивалентности и предпорядки. Чтобы облегчить задачу применения тестовых эквивалентностей и предпорядков были найдены альтернативные характеристики этих понятий. Но разрешимость тестовой эквивалентности обычно достигается сведением ее к бисимуляционной.

Тестовые эквивалентности и предпорядки в контексте первичных структур событий исследовались в работах У. Гольтц и Л. Асето.

Для учета временных аспектов поведения параллельных/распределенных систем традиционные формальные модели расширяются вве-

дением количественных и качественных временных характеристик. К настоящему времени известно очень незначительное число временных расширений моделей с семантикой “истинного” параллелизма, к ним можно отнести временные причинно-следственные структуры, временные причинные деревья, асинхронные системы переходов, временные конфигурации. Также Дж.-П. Катоеном и Д. Мерфи были введены временные расширения структур событий, но, как оказалось, эти модели не пригодны для изучения поведенческих эквивалентностей, поэтому интересна задача введения новых моделей структур событий, расширенных различными временными характеристиками.

С введением временных характеристик в формальные модели также были сделаны попытки ввести понятие времени в эквивалентностные отношения. Известны только немногочисленные работы, посвященные исследованию разрешимости временных эквивалентностей для таких моделей, как временные автоматы. Проблема распознавания временной тестовой эквивалентности была исследована для автоматов с непрерывным временем. Но эти результаты, как оказалось, не могут быть перенесены на временные структуры событий. Таким образом, проблема характеристики и разрешимости временной тестовой эквивалентности для структур событий, расширенных временными характеристиками, остается открытой. И поэтому интересно определить и исследовать временные тестовые отношения в контексте моделей структур событий как с дискретными, так и непрерывными временными характеристиками.

**Цель диссертации** состоит в развитии и обобщении формальных методов анализа параллельных процессов и процессов реального времени, представленных моделями структур событий. Достижение цели связывается с решением следующих задач:

1. Введение и изучение ‘аксиом параллельности’ (свойств дискретности и непрерывности) в контексте локальных структур событий, которые являются обобщением первичных структур событий за счет снятия некоторых структурных ограничений.
2. Увеличение выразительных мощностей формальных средств описания и изучения параллельных процессов реального времени посредством введения как дискретных, так и непрерывных временных характеристик в модели первичных структур событий.
3. Построение эквивалентностных понятий (в частности, временных тестовых и бисимуляционных эквивалентностей и предпорядков), а также исследование их разрешимости в контексте раз-

личных моделей временных структур событий.

**Методы исследования.** В рамках данной работы используются методы и понятия теории графов, теории множеств и математической логики. В качестве формальной модели параллелизма используются различные обобщения первичных структур событий, такие как локальные структуры событий и первичные структуры событий с дискретными и непрерывными временными характеристиками, а также их подклассы. Кроме того, используются различные понятия эквивалентностей на параллельных моделях.

**Научная новизна** состоит в разработке оригинального подхода к решению задач анализа семантических свойств параллельных систем и систем реального времени посредством различных моделей структур событий. Научную новизну раскрывают следующие результаты:

- Введен и исследован ряд новых вариантов ‘аксиом параллельности’ в контексте локальных структур событий. Установлена иерархия взаимосвязей, а также критерии выполнимости различных свойств дискретности и непрерывности.
- Введен и исследован ряд эквивалентностных понятий параллельных моделей реального времени: временные тестовые эквивалентности и предпорядки в контексте структур событий как с дискретными, так и с непрерывными временными характеристиками.
- Установлена разрешимость временных тестовых эквивалентностей и предпорядков в контексте дискретно-временных структур событий.
- Выделен новый подкласс непрерывно-временных структур событий, для которого установлена разрешимость временных тестовых эквивалентностей и предпорядков. Изучены свойства данного подкласса и предложены алгоритмы распознавания временных тестовых эквивалентностей и предпорядков.

**Практическая ценность** данных исследований состоит в возможности их использования при создании автоматизированных систем верификации систем реального времени. В частности, результаты диссертационной работы использовались при создании модуля верификации в системе PEP (Programming Environment based on Petri nets), совместно разрабатываемой Институтом информатики Университета г. Хильдесхайма (Германия) и лабораторией теоретического программирования

ИСИ СО РАН.

**Апробация** работы проведена на следующих международных научных конференциях.

1. *International Conference CONPAR 94 – VAPP VI*, Linz, Austria, September 1994,
2. *Workshop Concurrency, Specification and Programming (CS&P'94)*, Berlin, October 1994.
3. *Distributed data processing (DDP'98)*, Novosibirsk, Russia, June 1998.
4. *1st International conference on practical and theoretical programming (UkrProg'98)*, Kiev, Ukraine. September 1998.
5. *Workshop Concurrency, Specification and Programming (CS&P'99)*, Warsaw, Poland, September 1999.

Кроме того, полученные результаты обсуждались на семинарах лаборатории теоретического программирования ИСИ СО РАН и кафедры вычислительных систем НГУ.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 11 научных работ.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 79 наименований и списка публикаций по теме диссертации из 11 наименований. Содержание составляет 108 страниц. Работа включает 21 утверждение, 8 теорем и 32 рисунка.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность рассматриваемых вопросов, формулируются цели и указываются методы исследований, описывается научная новизна результатов, практическая ценность работы, приводится список конференций и семинаров, на которых проведена апробация данных исследований, дается краткий обзор работы по главам.

**Первая глава** является обзорной, в ней определяются базовые понятия и приводятся основные результаты теории первичных структур событий. В **разделе 1.1** дается определение *помеченной над алфавитом Act первичной структуры событий*  $S = (E, \leq, \#, l)$ , где  $E$  — счетное множество событий, на котором определены непересекающиеся отношения: *причинной зависимости*  $\leq \subseteq (E \times E)$  (частичный порядок, удовлетворяющий аксиоме конечности причин) и *конфликта*  $\# \subseteq$

$(E \times E)$  (иррефлексивное и симметричное отношение, наследуемое по причинной зависимости), и  $l : E \rightarrow Act$  — функция пометки. Два события *параллельны* ( $\neg$ ), если они не связаны ни отношением причинной зависимости, ни отношением конфликта. Дополнительно определяются отношения непосредственной причинной зависимости (нетранзитивно подмножества отношения  $\leq$ ) и минимального (не наследованного по отношению  $\leq$ ) конфликта. Подмножества событий, соответствующие состояниям в первичной структуре событий, называются конфигурациями. *Конфигурация* — это бесконфликтное (нет конфликтующих событий) и левозамкнутое (событие включается в конфигурацию вместе с предшествующими ему событиями) множество событий.

В **разделе 1.2** рассмотрены взаимосвязи первичных структур событий с другими моделями параллелизма, в частности, описаны преобразования первичных структур событий в подкласс частично-упорядоченных множеств и в О-сети (один из классов сетей-процессов), а также обратные преобразования.

В **разделе 1.3** с целью выделения класса первичных структур событий, адекватно моделирующих процессы, протекающие в реальных системах, рассматриваются свойства  $K$ -,  $L$ - и  $R$ -плотности, а также  $N$ - и  $M$ -плотности, определяются необходимые и достаточные условия выполнения этих свойств и устанавливается иерархия их взаимосвязей.

В **разделе 1.4** определяются такие эквивалентные понятия, как бисимуляционные и тестовые, устанавливаются их взаимосвязи в контексте рассматриваемой модели. При этом используются понятия шага (подмножество параллельных событий) и частично-упорядоченного множества.

Во **второй главе** в контексте локальных структур событий, являющихся обобщением первичных структур событий, исследуется ряд ‘аксиом параллельности’ (разновидности свойств дискретности и непрерывности). Для рассматриваемой модели устанавливаются взаимосвязи между исследуемыми свойствами, и формулируются необходимые и достаточные условия, гарантирующие свойства такого типа.

В **разделе 2.1** даются определения, связанные с понятием локальной структуры событий.

*Локальная структура событий*  $S = (E, \leq, \#)$  характеризуется множеством событий  $E$ , непересекающимися отношениями причинной зависимости  $\leq \subseteq (E \times E)$  (частичный порядок) и конфликта  $\# \subseteq (E \times E)$  (иррефлексивное и симметричное отношение). Два события параллель-



ны ( $\subset$ ), если они не связаны ни отношением причинной зависимости, ни отношением конфликта. Для этих базовых отношений (*связок*)  $V \in \{<, \#, \subset\}$  вводятся симметричное замыкание ( $V^\sigma$ ); рефлексивное и симметричное замыкание ( $V^\epsilon$ ); иррефлексивное и нетранзитивное отношение ( $V^\delta$ ), являющееся ‘непосредственным’ отношением  $V$ ; иррефлексивное и симметричное отношение ( $\ddagger V$ ), являющееся дополнением к  $V$ . Множество, в котором все события находятся в отношении  $V^\sigma$ , называется  $V$ -множеством. Максимальное по отношению множественного включения  $V$ -множество будем называть  $V$ -сечением. Локальную структуру событий назовем  $V$ -конечной, если любое  $V$ -сечение в ней конечно. Далее ограничимся рассмотрением локальных структур событий, в которых между любой пары событий  $e, e'$  нет бесконечного  $<$ -множества.

Локальная структура событий  $S' = (E', \leq', \#')$  будет *подструктурой* в  $S$ , если ее компоненты являются подмножествами соответствующих компонент  $S$ . Подструктура называется *максимальной*, если она максимальна по отношению множественного включения. Будем называть  $S'$   $VF$ -*подструктурой* в  $S$ , если она является подструктурой в  $S$  и никакие события из  $S'$  не находятся в отношении  $V$ .

В **разделе 2.2** вводится ряд унифицированных понятий плотности и перекрестности, а именно  $K_V$ -плотность,  $V$ -перекрестность,  $N_V$ -плотность и  $M_V$ -плотность. С этой целью для множества  $A \subseteq E$  дополнительно определяется  $\downarrow A$  — множество событий ‘меньших или равных’, чем события из  $A$  в смысле отношения  $\leq$  (множество предшественников  $A$ ), и  $\uparrow A$  — множество событий ‘больших или равных’, чем события из  $A$  (множество потомков  $A$ ). Пусть далее  $V, V_1$  и  $V_2$  — непересекающиеся связки. Локальная структура событий называется  $K_V$ -плотной, если в каждой ее максимальной  $VF$ -подструктуре каждое  $V_1$ -сечение пересекается с каждым  $V_2$ -сечением ровно по одному элементу. Локальная структура событий называется  $V$ -перекрестной, если в каждой ее максимальной  $VF$ -подструктуре пересечение любого  $V_1$ -сечения со множествами предшественников и потомков любого  $V_2$ -сечения не пусто. Понятие  $M_V$ -плотности рассматривает связь подструктур структуры событий. Локальная структура событий будет  $M_V$ -плотной, если каждая ее максимальная  $V_1F$ -подструктура пересекается с каждой ее максимальной  $V_2F$ -подструктурой по  $V$ -сечению. В следующих утверждениях определяются необходимые и достаточные условия для выполнения введенных свойств, устанавлива-

ются их взаимосвязи.

**Утверждение 2.1** Пусть  $S$  —  $N_V$ -плотная локальная структура. Тогда  $S$  —  $K_V$ -плотная  $\Leftrightarrow S$  —  $V$ -перекрестная.

**Утверждение 2.2** Пусть  $S$  —  $N_V$ -плотная локальная структура событий. Тогда  $S$  —  $K_V$ -плотная, если  $S$  —  $V_1$ -конечная или  $V_2$ -конечная.

Будем говорить, что локальная структура событий  $S$  удовлетворяет свойству  $\nabla$ -свободы, если в ней нет событий  $e_1, e_2, e_3$  таких, что  $e_1 V e_2$ ,  $e_2 V_1 e_3$ , и  $e_1 V_2 e_3$ .

**Утверждение 2.3** Пусть  $S$  —  $\nabla$ -свободная локальная структура. Если  $S$  —  $V_1$ -конечная или  $V_2$ -конечная, то

$$S — K_V\text{-плотная} \Leftrightarrow S — M_V\text{-плотная.}$$

В разделе 2.3 рассматриваются другие ‘аксиомы параллельности’, в частности свойство  $D$ -непрерывности и  $V$ -конусного пересечения.

Аксиома  $D$ -непрерывности является обобщением аксиомы Дедекин-да множества действительных чисел на частично упорядоченные модели. В данном пункте понятие  $D$ -непрерывности обобщается на класс локальных структур событий, которые позволяют дать унифицированное его определение.  $D$ -сечение — это пара непересекающихся непустых подмножеств  $(A, \bar{A})$ , на которые разбивается множество событий таким образом, что  $A$  предшествует  $\bar{A}$  в смысле причинной зависимости. Выделяется специальное множество  $c(A)$ , состоящее из максимальных элементов множества  $A$  и минимальных элементов  $\bar{A}$ . Локальная структура событий называется  $D_V$ -непрерывной, если в каждой ее максимальной  $VF$ -подструктуре для каждого  $D$ -сечения  $(A, \bar{A})$  верно, что  $c(A)$  пересекается с любым  $<$ -сечением ровно по одному событию. Для характеристики  $D_V$ -непрерывности вводятся следующие понятия. Локальная структура событий — строго  $C_V$ -ограниченная, если в каждой ее максимальной  $VF$ -подструктуре каждое событие любого  $D$ -сечения  $(A, \bar{A})$  находится в отношении причинной зависимости с некоторым событием из  $c(A)$ . Локальная структура обладает  $S_V$ -свойством, если в каждой ее максимальной  $VF$ -подструктуре для любой пары событий, находящихся в отношении непосредственной причинной зависимости, существует событие, связанное отношением причинной зависимости только с одним событием из данной пары.

**Утверждение 2.5**  $S$  —  $D_V$ -непрерывная  $\Leftrightarrow S$  —  $K_V$ -плотная, строго  $C_V$ -ограниченная и имеет  $S_V$ -свойство.

Далее свойство строгой  $C_V$ -ограниченности сводится к двум менее стро-

гим понятиям  $C_V$ -ограниченности и  $F_V$ -свойству. Локальная структура событий —  $C_V$ -ограниченная, если в каждой ее максимальной  $VF$ -подструктуре любое событие каждого  $D$ -сечения  $(A, \bar{A})$  находится в отношении причинной зависимости с объединением множеств максимальных элементов  $A$  и минимальных элементов  $\bar{A}$ .  $F_V$ -свойство отражает ограничение на разветвленность структуры событий. Локальная структура событий удовлетворяет  $F_V$ -свойству, если в каждой ее максимальной  $VF$ -подструктуре для каждой пары событий  $e <' e'$  выполняется следующее: если одно из данных событий входит во все  $\leq'$ -сечения данной подструктуры, то существует событие, для которого данное событие является единственным предшественником (в случае  $e$ ) или единственным потомком (в случае  $e'$ ). Локальная структура событий является  $V_{1V}$ -редуцируемой, если в каждой ее максимальной  $VF$ -подструктуре для различных событий множества событий, связанных с данными событиями отношением  $V$ , не совпадают. Для  $S_V$ -свойства найдена взаимосвязь со свойством  $<_V$ -редуцируемости.

Следующая рассматриваемая ‘аксиома параллельности’ — свойство  $V$ -конусного пересечения. Локальная структура событий удовлетворяет свойству  $V$ -конусного пересечения, если в каждой ее максимальной  $VF$ -подструктуре любая пара событий  $e$  и  $e'$  имеет общий элемент как среди предшественников (т.е.  $\downarrow e \cap \downarrow e' \neq \emptyset$ ), так и среди потомков (т.е.  $\uparrow e \cap \uparrow e' \neq \emptyset$ ). Устанавливается взаимосвязь свойств  $K_V$ -плотности и  $V$ -конусного пересечения со свойством  $C_V$ -ограниченности. При этом оказалось еще необходимым свойство  $V$ -бесконечности (в каждой максимальной  $VF$ -подструктуре любое событие должно иметь хотя бы одного предшественника и потомка).

### Утверждение 2.8

- (а) Если  $S$  —  $V$ -бесконечная и  $C_V$ -ограниченная, то  $S$  имеет свойство  $V$ -конусного пересечения.
- (б) Если  $S$  —  $K_V$ -плотная и имеет свойство  $V$ -конусного пересечения, то  $S$  —  $C_V$ -ограниченная.

В **третьей главе** вводятся и исследуются варианты временных тестовых эквивалентностей для первичных структур событий с дискретными временными характеристиками.

В **разделе 3.1** определяются понятия, связанные с дискретно-временными структурами событий.

В качестве базовой модели вводится *дискретно-временная структура событий*  $DS = (S = (E, \leq, \#, l), D)$ , являющаяся помеченной над

$Act_\tau$  первичной структурой событий, где функция  $D$  приписывает каждому событию некоторый непустой интервал множества натуральных чисел, и алфавит  $Act_\tau$  состоит из множества видимых действий  $Act$  и невидимого действия  $\tau$ . *Состоянием*  $DS$  назовем пару  $M = (C, \delta)$ , состоящую из конфигурации  $C$  и функции времени  $\delta$ , которая сопоставляет событиям количество единиц времени, прошедших с момента, когда событие стало готовым к выполнению, то есть с момента, когда все события, ему предшествующие, уже вошли в данную конфигурацию. *Вычисление* в  $DS$  представляется последовательностью переходов из состояния в состояние. Переход из одного состояния в другое осуществляется либо посредством выполнения события, либо посредством истечения некоторого количества единиц времени. Последовательность выполняемых событий и проходящих единиц времени составляют слово в  $DS$ . Множество слов образует *язык*  $L(DS)$  дискретно-временной структуры событий  $DS$ . Также важно понятие *Асс-множества*, обозначаемого  $Acc(DS, \langle w, d \rangle)$ , которое состоит из множеств действий, которые могут выполняться, и единиц времени, которые могут пройти в состояниях  $DS$ , полученных посредством выполнения слова  $\langle w, d \rangle$ .

В разделе 3.2 определяется и исследуется ряд понятий временных тестовых предпорядков и эквивалентностей в контексте рассматриваемой модели.

Дискретно-временную структуру событий, некоторые из событий которой могут помечаться специальным символом успешного завершения  $\omega \notin Act_\tau$ , назовем *тестом*. *Совместным вычислением* произвольной  $DS$  и произвольного теста назовем максимальную последовательность пар, которые состояются из состояний  $DS$  и теста и связываются выполнением события или истечением единиц времени в каждом из состояний пары. Будем говорить, что совместное вычисление  $DS$  и теста — *успешно*, если одно из событий, помеченных  $\omega$ , в тесте может выполниться при этом вычислении.  $DS$  *всегда проходит* тест, если любое их совместное вычисление успешно.  $DS$  *иногда проходит* тест, если хоть одно их совместное вычисление с тестом успешно. Дискретно-временные структуры событий  $DS$  и  $DS'$  *эквивалентны в смысле тестовой семантики* при совпадении множеств тестов, которые они всегда ( $DS \simeq_{must} DS'$ ) или иногда ( $DS \simeq_{may} DS'$ ) проходят.

Для облегчения применения тестовых эквивалентностей найдены их альтернативные характеристики. Оказалось, что *may*-предпорядок связан с включением языков, а *must*-предпорядок с особым включением по

отношению  $\subset\subset$  на  $Acc$ -множествах. Будем писать, что  $Acc(DS, \langle w, d \rangle) \subset\subset Acc(DS', \langle w, d \rangle)$ , если для любого множества  $S'$  из  $Acc(DS', \langle w, d \rangle)$  существует множество из  $Acc(DS, \langle w, d \rangle)$ , которое является подмножеством  $S'$ .

**Утверждение 3.1**

- а)  $DS \leq_{may} DS' \iff L(DS) \subseteq L(DS')$ ,
- б)  $DS \leq_{must} DS' \iff \forall \langle w, d \rangle . Acc(DS, \langle w, d \rangle) \subset\subset Acc(DS', \langle w, d \rangle)$ .

В разделе 3.3 вводятся понятия бисимуляций и пребисимуляций, а также дается их характеристикация.

Сначала вводится понятие графа классов, являющегося абстрактным представлением вычислений в дискретно-временной структуре событий. *Граф классов*  $G(DS) = (V_{DS}, E_{DS}, l_{DS})$  для дискретно-временной структуры событий  $DS$  строится путем объединения состояний, связанных выполнением события, помеченного специальным невидимым действием  $\tau$ , в один класс и склеивания одинаково помеченных дуг, выходящих из одного класса. Каждому классу приписывается *информационное поле*, являющееся минимальным по отношению множественного включения множеством подмножеств действий, которые могут выполняться, и единиц времени, которые могут пройти в состояниях, входящих в данный класс.

$\Pi$ -бисимуляция ( $\sim_{\Pi}$ ) между графами классов  $G(DS)$  и  $G(DS')$  ( $\Pi \subseteq V_{DS} \times V_{DS'}$ ) — это отношение  $\beta \subseteq V_{DS} \times V_{DS'}$  такое, что  $\beta \subseteq \Pi$ ,  $(Q_{DS}, Q_{DS'}) \in \beta$ , где  $Q_{DS}$  и  $Q_{DS'}$  — начальные вершины соответствующих графов классов, и для всех  $(Q, Q') \in \beta$  и  $z \in Act \cup \{1\}$  выполняется: 1) если  $Q \xrightarrow{z} Q_1$ , то найдется такой класс  $Q'_1$  в  $V_{DS'}$ , что  $Q' \xrightarrow{z} Q'_1$  и  $(Q_1, Q'_1) \in \beta$ , 2) то же самое относительно  $Q'$ . Понятие  $\langle \Pi, \psi_z, \phi_z \rangle$ -пребисимуляции ( $\sqsubseteq_{\Pi}^{\psi_z, \phi_z}$ ) между  $G(DS)$  и  $G(DS')$  аналогично понятию  $\Pi$ -бисимуляции, только условие 1) проверяется, если  $Q' \in \psi_z$ , и условие 2) проверяется, если  $Q \in \phi_z$ , где  $\psi_z$  и  $\phi_z$  — некоторые предикаты на множестве классов. Заметим, что обычно отношение  $\Pi$  отражает сравнимость информационных полей классов. Найдены характеристики, показывающие, что для любых  $\Pi \subseteq V_{DS} \times V_{DS'}$  и  $\psi_z, \phi_z \in \{\emptyset, V_{DS} \cup V_{DS'}\}$  верно, что  $G(DS)$  и  $G(DS')$  являются  $\langle \Pi, \psi_z, \phi_z \rangle$ -пребисимулятивными ( $\Pi$ -бисимулятивными), если и только если множество  $\beta(DS, DS')$ , образованное парами вершин, которые достижимы посредством одинаковых путей в  $G(DS)$  и  $G(DS')$ , соответственно, является  $\langle \Pi, \psi_z, \phi_z \rangle$ -пребисимуляцией ( $\Pi$ -бисимуляцией, соответственно).

**Раздел 3.4** посвящен решению проблемы распознавания временных тестовых эквивалентностей и предпорядков. Устанавливаются взаимосвязи между временными тестовыми эквивалентностями (предпорядками) для дискретно-временных структур событий и отношениями бисимуляции (пребисимуляции) для соответствующих графов классов. В следующей теореме  $U$  — декартово произведение объединения множеств классов  $G(DS)$  и  $G(DS')$ , а  $\Pi_1$  состоит из пар классов, у которых информационные поля взаимно включаются в смысле отношения  $\subset\subset$ , упоминаемом при введении альтернативной характеристики *must*-предпорядка между дискретно-временными структурами событий.

**Теорема 3.2**

- (а)  $DS \simeq_{may} DS' \iff G(DS) \sim_U G(DS')$ .
- (б)  $DS \simeq_{must} DS' \iff G(DS) \sim_{\Pi_1} G(DS')$ .
- (в)  $DS \simeq_{test} DS' \iff G(DS) \sim_{\Pi_1} G(DS')$ .

Таким образом, проблема распознавания временных тестовых отношений сводится к проблеме распознавания невременных отношений бисимуляции и пребисимуляции, алгоритмы решения которой хорошо изучены.

Цель **четвертой главы** состоит в разработке временных тестовых эквивалентностей и предпорядков и исследования их разрешимости в контексте более широкой модели — первичных структур событий, расширенных введением непрерывных временных характеристик.

В **разделе 4.1** вводится понятие непрерывно-временной структуры событий. *Непрерывно-временная структура событий*  $TS=(S=(E, \leq, \#, l), D)$  является помеченной над  $Act_\tau$  первичной структурой, где функция  $D$  приписывает каждому событию некоторый интервал с целочисленными границами из множества действительных чисел. Понятия состояния  $TS$ , перехода из состояния в состояние, а также языка  $L(TS)$  и *Acc*-множества определяются аналогично соответствующим понятиям главы 3, но с учетом непрерывности временных интервалов.

В **разделе 4.2** в контексте непрерывно-временных структур событий определяются и исследуются временные тестовые предпорядки и эквивалентности.

Для облегчения применения тестовых эквивалентностей найдены их альтернативные характеристики. *May*-предпорядок связан с включением языков, а *must*-предпорядок — с включением по отношению  $\subset\subset$  *Acc*-множеств. Требования на включение по отношению  $\subset\subset$  отличаются от аналогичных для случая дискретно-временных структур событий,

а именно, если непрерывно-временная структура событий  $TS'$  больше  $TS$  в смысле *must*, то для любого слова  $\langle w, d \rangle$  для любого множества  $S'$  из  $Acc(TS', \langle w, d \rangle)$  существует множество  $S$  из  $Acc(TS, \langle w, d \rangle)$ , сужение которого на множество видимых действий  $Act$  является подмножеством  $S'$ , и если  $S$  включает некоторый непустой временной интервал, то и  $S'$  также включает какой-то непустой временной интервал.

В разделе 4.3 вводятся понятия символьных бисимуляций и пребисимуляций. Но сначала для синхронизации вычислений  $TS$  и  $TS'$  определяется понятие *расширенного состояния*  $M|M'$ , которое является элементом декартового произведения множеств состояний  $TS$  и  $TS'$ . Тогда совместное вычисление двух произвольных  $TS'$  и  $TS'$  — это последовательность переходов из одного расширенного состояния в другое расширенное состояние посредством либо выполнения действия, либо истечения некоторого времени в каждой составляющей расширенного состояния. Так как множество расширенных состояний  $TS$  и  $TS'$  в силу непрерывности ряда действительных чисел является бесконечным, то для того чтобы получить дискретное представление совместных вычислений  $TS$  и  $TS'$ , используется понятие региона Алюра. Идея *региона* состоит в объединении расширенных состояний с одинаковыми конфигурациями, а также с одинаковыми целыми частями и одинаковым порядком дробных частей соответствующих значений временных функций.

Далее строим граф регионов  $RG(TS, TS') = (V_{RG}, E_{RG}, l_{RG})$  для  $TS$  и  $TS'$ . Из графа регионов путем объединения регионов, соединенных дугой, помеченной специальным невидимым действием  $\tau$ , в один класс и склеивания одинаково помеченных дуг, выходящих из одного класса, строим *граф классов*  $CG(TS, TS') = (V_{CG}, E_{CG}, l_{CG})$  для  $TS$  и  $TS'$ . На полученном графе классов вводятся понятия *символьных П-бисимуляций* и  $\langle \Pi, \psi_z, \phi_z \rangle$ -*пребисимуляций* между  $TS$  и  $TS'$ , которые являются аналогом понятий П-бисимуляции и  $\langle \Pi, \psi_z, \phi_z \rangle$ -пребисимуляции. Найденны характеристики этих бисимуляционных отношений.

**Утверждение 4.2** Для любых  $\Pi \subseteq V_{CG}$  и  $\psi_z, \phi_z \in \{\emptyset, V_{CG}\}$

- (а)  $TS \sqsubseteq_{\Pi}^{\psi_z, \phi_z} TS' \iff V_{CG} - \text{символьная } \langle \Pi, \psi_z, \phi_z \rangle\text{-пребисимуляция между } TS \text{ и } TS',$
- (б)  $TS \approx_{\Pi} TS' \iff V_{CG} - \text{символьная } \Pi\text{-бисимуляция между } TS \text{ и } TS'.$

Далее также вводится понятие достижимости расширенного состояния посредством данного слова и доказывается корректность этого

определения.

В **разделе 4.4** вводится и исследуется подкласс непрерывно-временных структур событий, на котором проблема распознавания временных тестовых эквивалентностей и предпорядков разрешима.

Показывается, что на общем классе непрерывно-временных структур событий тестовые эквивалентности (предпорядки) и символьные бисимуляции (пребисимуляции) являются независимыми понятиями. Поэтому мы сужаем исследуемый класс непрерывно-временных структур событий. Для этого вводятся свойства детерминированности и  $\tau$ -дискретности.  $TS$  удовлетворяет свойству *детерминированности*, если два одинаково помеченных события, находящиеся в отношении конфликта или параллелизма, не могут выполняться в одно и то же время.  $TS$  удовлетворяет свойству  *$\tau$ -дискретности*, если всем событиям, помеченным действием  $\tau$ , приписан точечный временной интервал.

Для класса непрерывно-временных структур событий, удовлетворяющих свойствам детерминированности и  $\tau$ -дискретности,  $\mathcal{DE}_{d-\tau}$ , показываем, что существование символьной пребисимуляции (бисимуляции) между  $TS$  и  $TS'$  является необходимым и достаточным условием для существования тестового предпорядка (эквивалентности) между  $TS$  и  $TS'$ . Используемое в следующей теореме отношение  $\Pi_2$  состоит из вершин графа классов таких, что для регионов, входящих в данный класс выполняется следующее: множество подмножеств действий, помечающих дуги в графе регионов, полученные при сужении множества  $V_{RG}$  на  $TS$ , включается в аналогичное множество, полученное при сужении множества  $V_{RG}$  на  $TS'$ . Включение рассматривается в смысле отношения  $\subseteq$ , упоминаемом при введении альтернативной характеристики *must*-предпорядка между непрерывно-временными структурами событий.

**Теорема 4.1**  $TS, TS' \in \mathcal{DE}_{d-\tau}$ ,  $CG(TS, TS') = (V_{CG}, E_{CG}, l_{CG})$  и  $V = V_{CG}$ . Тогда

$$(a) TS \leq_{may} TS' \iff TS \sqsubseteq_V^{V, \emptyset} TS'.$$

$$(б) TS \leq_{must} TS' \iff TS \sqsubseteq_{\Pi_2}^{\emptyset, V} TS'.$$

$$(в) TS \leq_{test} TS' \iff TS \sqsubseteq_{\Pi_2}^{V, V} TS'.$$

Кроме того, посредством построения алгоритмов распознавания доказывается, что проблема распознавания символьной пребисимуляции (бисимуляции), и, следовательно, тестового предпорядка (эквивалентности), разрешима. Доказывается корректность приводимых алгорит-



мов и оценивается их сложность.

## ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

В рамках диссертации были получены следующие результаты.

1. – Даны унифицированные определения и введен ряд новых вариантов ‘аксиом параллельности’ в контексте локальных структур событий.
  - Установлена иерархия взаимосвязей ‘аксиом параллельности’ (свойств  $K$ -плотности, перекрестности,  $D$ -непрерывности, конусного пересечения).
  - Сформулированы необходимые и достаточные условия, гарантирующие свойства  $K$ -плотности и  $D$ -непрерывности.
2. – Введена модель структур событий с дискретным временем — дискретно-временные структуры событий (ДВСС).
  - В контексте ДВСС предложены понятия временных тестовых эквивалентностей и предпорядков, а также варианты бисимуляционных эквивалентностей и предпорядков. Даны характеристики введенных эквивалентностей и предпорядков.
  - Установлено совпадение соответствующих вариантов временных тестовых и бисимуляционных отношений для ДВСС.
  - Решена проблема распознавания временных тестовых предпорядков и эквивалентностей для ДВСС.
3. – Введена модель структур событий с непрерывным временем — непрерывно-временные структуры событий (НВСС).
  - В контексте НВСС определены варианты временных тестовых эквивалентностей и предпорядков и даны их альтернативные характеристики.
  - Предложены понятия символьных бисимуляций и пребисимуляций и найдены их характеристики для НВСС.
  - Выделен и исследован подкласс НВСС, для которого установлено совпадение соответствующих вариантов временных тестовых и символьных бисимуляционных отношений.
  - Предложены алгоритмы распознавания временных тестовых предпорядков и эквивалентностей между представителями введенного подкласса. Даны оценки сложности предложенных алгоритмов и доказана их корректность.

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. БОЖЕНКОВА Е.Н. Эквивалентные понятия для структур событий с реальным временем// Proceedings of the 1-st Int. Conf. on Programming "UkrPROG'98", Sept. 2-4. - Институт кибернетики им. Глушкова и институт программных систем Национальной Академии Наук Украины, Киев, Украина, 1998. - стр. 106-110.
2. БОЖЕНКОВА Е.Н. Разрешимость тестовой эквивалентности для распределенных систем реального времени// Вторая международная конференция "Tools for Mathematical Modelling", С.-Петербург. - С.-Петербургский Гос. Техн. Унив.-т, 1999. - стр. 158-159.
3. БОЖЕНКОВА Е.Н. Исследование разрешимости временной тестовой эквивалентности// Новосибирск, 1999. - (Препр./РАН. Сиб. отд-ние. ИСИ; N. 62).
4. БОЖЕНКОВА Е.Н. Исследование эквивалентностных отношений для структур событий с дискретным временем// Новосибирск, 2000. - (Препр./РАН. Сиб. отд-ние. ИСИ; N. 75).
5. ANDREEVA M.V., BOZHENKOVA E.N., VIRBITSKAITE I.B. Analysis of Timed Concurrent Models Based on Testing Equivalence// Proc. of the Workshop "Concurrency: Specification and Programming", Warsaw, Poland, September 1999. - 1999. - pp. 1-22
6. ANDREEVA M.V., BOZHENKOVA E.N., VIRBITSKAITE I.B. Analysis of Timed Concurrent Models Based on Testing Equivalence// *Fundamenta Informaticae.* - 2000. - Vol. 141.
7. VIRBITSKAITE I., BOZHENKOVA E. Unified characterization of some properties of event structures// Proc. Intern. Conf. CONPAR 94 – VAPP VI, Linz, Austria, September 1994, RISC-Linz Report Series. - 1994. - N 94-48. - P. 29–32.
8. VIRBITSKAITE I., BOZHENKOVA E. Unified characterization of some properties of event structures// Hildesheimer Informatik-Bericht. - Institut fuer Informatik, Universitat Hildesheim, Germany, 1994. - N. 22/94
9. VIRBITSKAITE I., BOZHENKOVA E. Investigating Nondeterministic Processes// Bull. Novosibirsk Computing Center, Series Computer Science. - Computer Center, Novosibirsk, 1994. - N 2. - P. 79–90.
10. VIRBITSKAITE I., BOZHENKOVA E. Towards Algebraic Specification of Event Structures// Proc. of the Workshop "Concurrency: Specification

- and Programming”, Berlin, October 1994. - 1994.
11. VIRBITSKAITE I., BOZHENKOVA E. Event Structures and their Properties// Specification, Verification and Net Models of Concurrent Systems. - IIS, Novosibirsk, 1994. - P. 7–19

---

Подписано в печать 19.05.2000  
Формат бумаги 60×84 1/16

Объем 1,1 уч.-изд.л.  
Тираж 100 экз.

---

Отпечатано на ризографе “AL-Group”  
630090, Новосибирск-90, пр. Акад. Лаврентьева, 6