Российская академия наук
Сибирское отделение
Институт систем информатики
им. А. П. Ершова

Боженкова Е.Н.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕСТОВЫХ ОТНОШЕНИЙ ДЛЯ ВРЕМЕННЫХ СТРУКТУР СОБЫТИЙ

Препринт
129

Новосибирск 2005

В данной работе мы исследуем проблему распознавания временных тестовых отношений в рамках модели временных структур событий. Цель работы — сведение этой проблемы к проверке формулы на модели (model-checking). Для этого строятся логические формулы, характеризующие временную структуру событий с точностью до тестовых предпорядков.

Siberian Division of the Russian Academy of Sciences
A. P. Ershov Institute of Informatics Systems

Bozhenkova E.N.

THE INVESTIGATION OF TESTING RELATIONS FOR TIMED EVENT STRUCTURES

Preprint
129

Novosibirsk 2005

In this paper we try to decide a problem of recognising timed testing equivalences for event structures with dense time. For this purpose we construct a formula that characterizes a timed event structure up to the timed testing preorder. So, to understand if two timed event structures are in testing relations it is enough to check, if the formula is satisfied.

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из аспектов любой теории, изучающей формальные модели представления параллельных систем, является понятие эквивалентности. Оно важно для спецификации и верификации систем, повышения уровня абстракции и упрощения структуры. Для параллельных систем было предложено и изучено большое разнообразие эквивалентностных понятий. Один из наиболее известных подходов при определении эквивалентности — это тестовый подход. Два процесса считаются тестово эквивалентными, если они могут или должны проходить одинаковый набор тестов. Тест является специальным процессом и выполняется параллельно с каждым из тестируемых процессов. Такое выполнение будет успешным, если тест достигнет специального успешного состояния. Процесс проходит тест, если каждое параллельное выполнение успешно. Тестовые эквивалентности используются для сравнения систем, проверки соответствия реализации ранее заданной спецификации, для проверки выполнимости логических формул [20].

Существует несколько подходов к определению тестовых эквивалентностей. Метод тестирования соответствия (conformance testing) [9, 17, 24] предполагает известной внутреннюю структуру только одного из сравниваемых процессов, а именно, спецификации. Структура второго процесса — реализации — не известна. Можно с помощью тестирующей системы подавать ей входную последовательность и получать выходную. Метод состоит в генерации конечного множества тестов на основе спецификации и дальнейшей их проверке на реализации. При таком подходе необходимо предположение исчерпывающего тестирования: возможно, применяя заданный тест конечное число раз, пройти все пути исполнения, которые могут быть пройдены тестом в реализации.

Другой метод более формальный, внутренняя структура обоих процессов предполагается известной, и сравнение проводится относительно множества всех возможных тестов.

Понятие тестовой эквиваленности было предложено Хеннесси и де Николой [14]. Для облегчения применения тестовых эквивалентностей были найдены альтернативные характеризации этих понятий. Разрешимость тестовой эквивалентности обычно достигается ее сведением к бисимуляционной [11]. Тестовые эквивалентности были исследованы для синхронных и асинхронных моделей без временных характеристик [2, 10, 11, 14, 15], с временными характеристиками [5, 13, 16, 19, 23, 22, 8] и вероятностными характеристиками [12, 18, 21].

Для алгебр процессов с дискретным временем тестовые эквивалентности были исследованы Хеннесси и Реганом [16]. Нильсен и Скоу исследовали тестовые эквивалентности для модели с непрерывным временем, а именно, для класса детерминизируемых временных автоматов [22]. Ими был предложен метод для генерации конечного и полного множества тестов для этой модели.

Фоглером и Бихлером временные тестовые отношения (faster-than-ralations) исследованы для асинхронной модели временных сетей Петри [8]. Для своей модели они установили возможность дискретизации, и таким образом получили совпадение тестовых отношений с дискретным и непрерывным временами. Характеризация дается ими через множество слов, включающих также отклоняемые действия (refusal traces).

Данная работа исследует разрешимость временных тестовых эквивалентностей для временных структур событий с невидимыми действиями. В этой модели временные интервалы, сопоставленные событиям, обозначают временные рамки, когда событие должно случиться, после выполнения своих предшественников. Также предполагается, что выполнение события происходит мгновенно. Тестовые порядки и предпорядки для структур событий были исследованы Гольц [15]. Для временных структур событий с непрерывным временем были найдены альтернативные характеризации тестовых предпорядков [5], была рассмотрена проблема распознавания тестовых отношений путем их сведения к символьным бисимуляциям для подкласса детерминированных временных структур событий [1].

В этой работе мы хотим достигнуть разрешимость временных тестовых отношений через построение логической формулы, характеризующей временную структуру событий с точностью до временной тестовой эквивалентности. В качестве базовой логики мы используем временную модальную логику L_ν [20]. Сложность при построении такой формулы состоит в организации пространства состояний таким образом, чтобы все состояния, достижимые одним временным словом, были собраны вместе. В [7] характеризационная формула была предложена для временных структур событий без невидимых действий. Наличие невидимых действий с непрерывными временными интервалами увеличивает как число состояний, достижимых одним и тем же временным словом, так и число различных регионов, содержащих такие слова. Поэтому в данной работе мы построим характеризационные формулы для двух подклассов — для модели с дискретными невидимыми действиями и для детерминированной с непрерывными невидимыми действиями.

Материал статьи разбит на части следующим образом. В гл. 2 вводятся основные понятия, связанные с временными структурами событий. В гл. 3 определяются временные тестовые предпорядки и эквивалентности. Временная модальная логика L_ν рассматривается в гл. 4. В гл. 5 даются понятия, используемые для получения конечного представления пространства состояний. Гл. 6 и 7 посвящены построению характеризационных формул в рамках различных подклассов.

2. ВРЕМЕННЫЕ СТРУКТУРЫ СОБЫТИЙ

В этом разделе определяется модель временных структур событий, которая является расширением модели Винскеля [25] за счет введения временных интервалов на события структуры.

Сначала определим понятие структуры событий. Для этого нам понадобятся следующие обозначения. Пусть Act — конечное множество действий и τ — невидимое действие, причем, $\tau \notin Act$. Тогда $Act_\tau = Act \cup \{\tau\}$.

Определение 1. Структура событий*, помеченная над* Act_τ*, — это набор* $S = (E, \leq, \#, l)$*, где*

- E *— множество событий;*
- $\leq \subseteq E \times E$ *— частичный порядок (отношение* причинной зависимости*), удовлетворяющий принципу* конечности причин*:* $\forall e \in E \ . \ \{e' \in E \mid e' \leq e\}$ *— конечное множество;*
- $\# \subseteq E \times E$ *— симметричное и иррефлексивное отношение (отношение* конфликта*), удовлетворяющее принципу* наследования конфликта*:* $\forall e, e', e'' \in E \ . \ e \# e' \leq e'' \ \Rightarrow \ e \# e''$ *;*
- $l : E \rightarrow Act_\tau$ *— помечающая функция, сопоставляющая каждому событию из* E *действие из* Act_τ*.*

Пусть $S = (E, \leq, \#, l)$ — структура событий. Отношение параллелизма $\smile$ между событиями из E определяется следующим образом: $\smile = (E \times E) \setminus (\leq \cup \geq \cup \#)$, то есть события параллельны, если не находятся в отношении причинной зависимости или конфликта. Пусть $C \subseteq E$. Тогда C — *левозамкнутое*, если событие содержится в множестве вместе со своими предшественниками: $\forall e, e' \in E \ . \ e \in C \ \wedge \ e' \leq e \Rightarrow e' \in C$. Будем называть C *бесконфликтным*, если $\forall e, \ e' \in C \ . \ \neg(e \# e')$. C — *конфигурация в* S, если C — левозамкнутое и бесконфликтное множество. Множество всех конфигураций в S будем обозначать через $Conf(S)$. Для $C \in Conf(S)$ определим множество *готовых случиться событий* *следующим образом:* $En(C) = \{e \in E \mid C \cup \{e\} \in Conf(S)\}$.

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением *конечных* структур событий, т.е. структур, множество событий которых конечно.

Введем ряд обозначений, необходимых для определения понятия временной структуры событий. Пусть $\mathbf{N}$ — множество натуральных чисел, $\mathbf{R}^+$ — множество положительных действительных чисел и $\mathbf{R}_0^+$ — множество неотрицательных действительных чисел. Для числа $d \in \mathbf{R}_0^+$ пусть $\lfloor d \rfloor$ обозначает его наименьшую целую часть, $\lceil d \rceil$ — его наибольшую целую часть, а $\{d\}$ — его дробную часть. Определим множество временных интервалов $Interv(\mathbf{R}_0^+) = \{(d_1, d_2), (d_1, d_2], [d_1, d_2), [d_1, d_2] \subset \mathbf{R}_0^+ \mid d_1, d_2 \in \ \mathbf{N}\}$.

Теперь мы можем ввести понятие временной структуры событий.

Определение 2. Временная структура событий (ВСС)*, помеченная над Act_τ, — это пара $TS = (S, D)$, где*

- *$S = (E, \leq, \#, l)$ — структура событий, помеченная над Act_τ;*
- *$D : E \rightarrow \ Interv(\mathbf{R}_0^+)$ — временная функция, сопоставляющая каждому событию из E временной интервал из $Interv(\mathbf{R}_0^+)$, такая, что $D(e)$ — замкнутый интервал из $Interv(\mathbf{R}_0^+)$ для всех $e \in E$ с $l(e) \in Act$.*

Временной интервал, приписываемый каждому событию, отражает отрезок времени, в который событие должно случиться.

В графическом представлении ВСС события изображаются вместе с сопоставленными им действиями и временными интервалами; между парами событий, включенными в отношение причинной зависимости, рисуются стрелки (стрелки, относящиеся к парам, выводимым из свойства транзитивности, опускаются); между парами событий, включенными в отношение конфликта, рисуются символы $'\#'$ (символы, относящиеся к парам, выводимым из условия наследования конфликта, опускаются). Пример графического представления ВСС приведен на рис. 1 для

$$\begin{aligned} TS_1 = (\ & (E = \{e_1, e_2, e_3\}, \leq = \{(e_1, e_2)\}, \\ & \qquad \# = \{(e_2, e_3), (e_3, e_2)\}, l = \{(e_1, a), (e_2, b), (e_3, \tau)\}), \\ & D = \{(e_1, [0, 1]), (e_2, [0, 1]), (e_3, [0, 1))\}), \end{aligned}$$

помеченной над множеством $\{a, b, \tau\}$. Иногда, чтобы не загромождать рисунок, мы будем опускать события, указывая только соответствующие помечающие действия.

Множество временных структур событий, помеченных над Act_τ, будем обозначать через $\mathcal{E}_\tau$. Зафиксируем помеченные временные структу-

TS_1

$$\begin{array}{cccc} [0,1] & a:e_1 \longrightarrow & b:e_2 & [0,1] \\ & & \# & \\ & & \tau:e_3 & [0,1) \end{array}$$

Рис. 1. Пример временной структуры событий

ры событий $TS = (S = (E, \leq, \#, l), D)$ и $TS' = (S' = (E', \leq', \#', l'), D')$ из класса $\mathcal{E}_\tau$, и далее, если не оговорено другое, будем работать с ними.

Состоянием в TS будем называть пару $M = (C, \delta)$ такую, что $C \in Conf(S)$ и $\delta : E \to \mathbf{R}_0^+$. Множество состояний в TS будем обозначать через $ST(TS)$. Пусть $M_{TS} = (\emptyset, 0)$ — *начальное состояние* в TS. Состояние $M = (C, \delta)$ называется *заключительным*, если $En(C) = \emptyset$.

Выполнение временной структуры событий представляется последовательностью переходов из состояния в состояние. Переход из одного состояния в другое осуществляется либо посредством выполнения события, либо посредством истечения некоторого времени. Событие готово выполниться в некотором состоянии, если бесконфликтное множество его предшественников уже выполнилось, а значение временной функции находится в пределах временного интервала, приписанного данному событию. Предполагаем, что событие срабатывает мгновенно. В состоянии может пройти некоторое количество времени, если после этого временные значения готовых к выполнению событий не превысят границ временных интервалов.

Пусть $M_1 = (C_1, \delta_1), M_2 = (C_2, \delta_2) \in ST(TS)$, причем, M_1 не является заключительным состоянием. Событие $e \in En(C_1)$ *может выполниться* в M_1 (обозначается $M_1 \xrightarrow{e}$), если $\delta_1(e) \in D(e)$. Будем писать $M_1 \xrightarrow{a}$, если $M_1 \xrightarrow{e}$ и $l(e) = a$. Состояние M_1 *переходит* в состояние M_2 посредством выполнения события e (обозначается $M_1 \xrightarrow{e} M_2$), если $M_1 \xrightarrow{e}$, $C_2 = C_1 \cup \{e\}$ и

$$\delta_2(e') = \begin{cases} 0, & \text{если } e' \in En(C_2) \setminus En(C_1) \\ \delta_1(e'), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Будем писать $M_1 \xrightarrow{a} M_2$, если $M_1 \xrightarrow{e} M_2$ и $l(e) = a$.

Время $d \in \mathbf{R}^+$ *может пройти* в состоянии M_1 (обозначается $M_1 \xrightarrow{d}$), если $\forall e \in En(C_1)\ \ \exists d' \geq d\ .\ \delta_1(e) + d' \in D(e)$. Состояние M_1 *переходит* в состояние M_2 посредством истечения времени $d \in \mathbf{R}^+$ (обозначается

$M_1 \xrightarrow{d} M_2$), если $C_2 = C_1$ и $\delta_2(e) = \delta_1(e) + d$ для всех $e \in E$.

Последовательность $M_{TS}, M_1, \ldots, M_{n-1}, M_n \in ST(TS)$ и $x_1, \ldots, x_n \in E \cup \mathbf{R}^+$ вида: $r = M_{TS} \xrightarrow{x_1} M_1 \ \ldots \ M_{n-1} \xrightarrow{x_n} M_n$ будем называть *выполнением* r в TS. Пусть $R(TS)$ обозначает множество всех выполнений в TS. Определим временную длительность выполнения r следующим образом: $time(r) = \sum_{1 \leq i \leq n \ \wedge \ x_i \in \mathbf{R}^+} \ x_i$. Тогда для $e \in E$ полагаем $time(e) = \{time(r) \mid r = M_{TS} \xrightarrow{x_1} M_1 \ \ldots \ M_{n-1} \xrightarrow{x_n} M_n \in R(TS) \wedge M_n \xrightarrow{e}\}$ (множество времен, в которые событие e может выполниться).

Для того чтобы абстрагироваться от выполнения невидимых действий, будем использовать понятие слабого перехода. *Слабое отношение перехода* на состояниях в TS определяется как отношение $\Rightarrow$ такое, что $\overset{\epsilon}{\Rightarrow} \iff \overset{\tau}{\rightarrow}^*$ и $\overset{x}{\Rightarrow} \iff \overset{\epsilon}{\Rightarrow}\overset{x}{\rightarrow}\overset{\epsilon}{\Rightarrow}$, где $\overset{\tau}{\rightarrow}^*$ — рефлексивное транзитивное замыкание отношения $\overset{\tau}{\rightarrow}$ и $x \in \mathit{Act} \cup \mathbf{R}^+$. Предполагаем, что для отношения перехода $\overset{d}{\Rightarrow}$ выполняется правило непрерывности времени: $M \overset{d_1+d_2}{\Longrightarrow} \iff M \overset{d_1}{\Rightarrow}\overset{d_2}{\Rightarrow}$, где $d_1, d_2 \in \mathbf{R}^+$.

В дальнейшем нам понадобятся следующие вспомогательные понятия и обозначения.

Пусть $\mathit{Act}(\mathbf{R}_0^+) = \{a(d) \mid \ a \in \mathit{Act} \wedge d \in \mathbf{R}_0^+\}$ — множество *временных действий*. Тогда $(\mathit{Act}(\mathbf{R}_0^+))^*$ — множество *временных слов*. Также пусть $\triangle \ : \ (\mathit{Act}(\mathbf{R}_0^+))^* \rightarrow \mathbf{R}_0^+$ — функция, измеряющая *длительность* временного слова такая, что: $\triangle(\epsilon) = 0, \ \triangle(w.a(d)) = \triangle(w) + d$. Определим множество $Dom(\mathit{Act}, \ \mathbf{R}_0^+) = \{\langle w, d\rangle \mid w \in (\mathit{Act}(\mathbf{R}_0^+))^*, \ d \in \mathbf{R}_0^+, \ d \geq \triangle(w)\}$. Обобщим слабое отношение перехода на временные слова из $(\mathit{Act}(\mathbf{R}_0^+))^*$ и $Dom(\mathit{Act}, \ \mathbf{R}_0^+)$ следующим образом. Пусть $d \in \mathbf{R}_0^+, \ d' \in \mathbf{R}^+, \ a \in \mathit{Act}$ и $w \in (\mathit{Act}(\mathbf{R}_0^+))^*$. Тогда:

если $M \overset{a}{\Rightarrow} M'$, то $M \overset{a(0)}{\Rightarrow} M'$;
если $M \overset{d'}{\Rightarrow}\overset{a}{\Rightarrow} M'$, то $M \overset{a(d')}{\Rightarrow} M'$;
если $M \overset{w}{\Rightarrow}\overset{a(d)}{\Rightarrow} M'$, то $M \overset{w.a(d)}{\Longrightarrow} M'$;
если $M \overset{w}{\Rightarrow} M'$, то $M \overset{\langle w, \ \triangle(w)\rangle}{\Longrightarrow} M'$;
если $M \overset{\langle w, \ d\rangle}{\Longrightarrow}\overset{d'}{\Rightarrow} M'$, то $M \overset{\langle w, \ d+d'\rangle}{\Longrightarrow} M'$.

Множество $L(TS) = \{\langle w, d\rangle \in Dom(\mathit{Act}, \mathbf{R}_\mathbf{0}^+) \mid \ M_{TS} \overset{\langle w, d\rangle}{\Longrightarrow}\}$ будем называть *языком* временной структуры событий TS. Например, для временной структуры событий TS_1, изображенной на рис. 1, имеем $L(TS_1) = \{\langle\epsilon, d_1\rangle, \langle\epsilon, 1\rangle, \langle a(d_1), d_1{+}d_2\rangle, \langle a(1), 1\rangle, \langle a(d_1)b(d_2), d_1{+}d_2\rangle \mid 0 \leq d_1, d_2 < 1, d_1 + d_2 < 1\}$.

3. ВРЕМЕННАЯ ТЕСТОВАЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

В данном разделе определяется ряд понятий временных тестовых предпорядков и эквивалентностей в ВСС. При тестовом подходе поведение системы исследуется посредством набора тестов [14]. Для ВСС была найдена альтернативная характеризация временных тестовых эквивалентностей [5], и в данной работе нам будет удобнее использовать ее в качестве определения временных тестовых отношений.

Прежде введем ряд вспомогательных обозначений, которые будут полезны в дальнейшем. Пусть $M \in ST(TS)$ и $\langle w,\ d\rangle \in Dom(Act, \mathbf{R}_0^+)$. Множество действий, которые могут быть выполнены в состоянии M обозначим как $S(M) = \{y \in Act_\tau \cup \mathbf{R}^+ \mid\ M \xrightarrow{y}\}$. Для всех состояний, достижимых временным словом $\langle w, d\rangle$, такие множества образуют множество $Acc(TS,\ \langle w, d\rangle) = \{S(M') \mid M_{TS} \overset{\langle w,d\rangle}{\Longrightarrow} M', M' \overset{\tau}{\not\to}\}$. Пусть $N, N' \subset 2^{Act \cup \mathbf{R}^+}$. Тогда $N \subset\subset N' \iff \forall S \in N \exists S' \in N' \,.\, (S' \mid_{Act} \subseteq S \mid_{Act}) \ \wedge\ (S \mid_{\mathbf{R}^+} = \emptyset \Rightarrow S' \mid_{\mathbf{R}^+} = \emptyset)$ и $N \equiv N' \iff N \subset\subset N' \ \wedge\ N' \subset\subset N$.

Теперь мы можем определить понятия временных тестовых *must*-предпорядков и *must*-эквивалентностей следующим образом.

Определение 3.

- $TS \ \leq_{must}\ TS' \iff \forall \langle w, d\rangle \in Dom(Act, \mathbf{R}_0^+)$ $Acc(TS', \langle w, d\rangle) \subset\subset Acc(TS, \langle w, d\rangle)$.
- $TS \simeq_{must} TS' \iff TS \leq_{must} TS' \ \wedge\ TS' \leq_{must} TS$.

Пример *must*-эквивалентных временных структур событий приведен на рис. 2(а). На рис. 2(б) показаны временные структуры событий TS_3 и TS_3', которые не являются *must*-эквивалентными. Рассмотрим $Acc(TS_3, \langle a(0), 1\rangle) = \{\{c\} \cup (0, 1]\}$ и $Acc(TS_3', \langle a(0), 1\rangle) = \{(\{c\} \cup (0, 1]), \{c\}\}$. Это означает, что в TS_3 после того как выполниться действие a и пройдет время 1, может быть выполнено действие c или может пройти время из интервала $(0, 1]$. В TS_3' после выполнения такого же временного слова мы можем получить два состояния, в одном, также как и в TS_3, может быть выполнено действие c или может пройти время из интервала $(0, 1]$, но в другом только действие c может быть выполнено. Тогда не существует $S' \in Acc(TS_3, \langle a(0), 1\rangle)$ такого, что $\{c\} \mid_{\mathbf{R}^+} = \emptyset \Rightarrow S' \mid_{\mathbf{R}^+} = \emptyset$, т.е. $\neg(Acc(TS_3', \langle a(0), 1\rangle) \subset\subset Acc(TS_3, \langle a(0), 1\rangle))$.

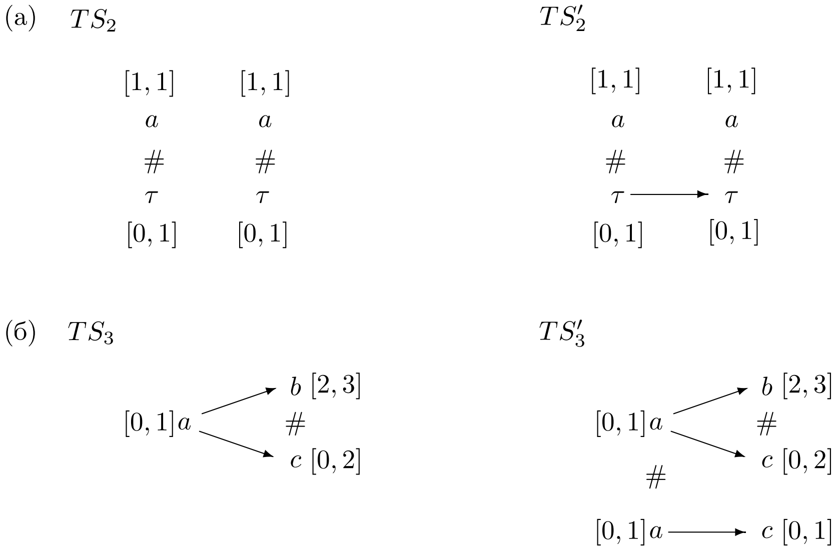

Рис. 2. Пример (а) *must*-эквивалентных и (б) не *must*-эквивалентных временных структур событий

4. ВРЕМЕННАЯ МОДАЛЬНАЯ ЛОГИКА

В этой части мы рассмотрим временную логику L_ν, предложенную в [20].

Определение 4. *Пусть даны K — конечное множество часов, Id — множество переменных и k — целое число. Множество формул логики L_ν над K, Id и k образуется следующим абстрактным синтаксисом:*

$$\phi := tt \mid ff \mid \phi \wedge \psi \mid \phi \vee \psi \mid \exists\phi \mid \forall\phi \mid \langle a\rangle\phi \mid [a]\phi \mid x \ in \ \phi \mid x+n \bowtie y+m \mid x \bowtie m \mid Z,$$

где $a \in Act$, $x, y \in K$, $n, m \in \{0, 1, \ldots, k\}$, $\bowtie \in \{=, <, \leq, >, \geq\}$ и $Z \in Id$.

Означивание переменных из Id осуществляется декларацией D, которая сопоставляет формулу L_ν каждой переменной. Если D ясно из контекста, мы будем писать $Z := \phi$ вместо $D(Z) = \phi$. Часы K называются *формульными часами* и формула ϕ называется *замкнутой*, если все формульные часы ϕ находятся в области действия оператора “x in … ". Для данной временной структуры событий TS формулы L_ν интерпретируются на *расширенных* состояниях $(C, \delta u)$, где (C, δ) — состояние TS и u — означивание формульных часов из K. Определим отношения перехода на расширенных состояниях: $(C, \delta u) \stackrel{\epsilon(d)}{\to} (C, (\delta + d)(u + d))$ и $(C, \delta u) \stackrel{a}{\to} (C', \delta' u')$, если $(C, \delta) \stackrel{a}{\to} (C', \delta')$ и $u = u'$. Отношение выполнимости определяется аналогично [20].

Определение 5. *Пусть даны временная структура событий TS и декларация D. Отношение выполнимости $\models_{\mathcal{D}}$ — наибольшее отношение, удовлетворяющее следующим условиям:*

$$
\begin{array}{rcl}
(C, \delta u) \models_{\mathcal{D}} tt & \Rightarrow & \textit{истина}; \\
(C, \delta u) \models_{\mathcal{D}} ff & \Rightarrow & \textit{ложь}; \\
(C, \delta u) \models_{\mathcal{D}} \phi \wedge \psi & \Rightarrow & (C, \delta u) \models_{\mathcal{D}} \phi \textit{ и } (C, \delta u) \models_{\mathcal{D}} \psi; \\
(C, \delta u) \models_{\mathcal{D}} \exists\!\exists \phi & \Rightarrow & \exists d \in \mathbf{R}_0^+ \, . \, (C, \delta) \stackrel{\epsilon(d)}{\Rightarrow} (C', \delta') \\
 & & \textit{и } (C', \delta' u + d) \models_{\mathcal{D}} \phi; \\
(C, \delta u) \models_{\mathcal{D}} \forall\!\forall \phi & \Rightarrow & \forall d \in \mathbf{R}_0^+ (C, \delta) \stackrel{\epsilon(d)}{\Rightarrow} (C', \delta') \\
 & & \textit{влечет } (C', \delta' u + d) \models_{\mathcal{D}} \phi, \\
(C, \delta u) \models_{\mathcal{D}} [a]\phi & \Rightarrow & \forall (C', \delta') \in ST(TS) \, . \, (C, \delta) \stackrel{a}{\to} \stackrel{\epsilon}{\Rightarrow} (C', \delta') \\
 & & \textit{влечет } (C', \delta' u) \models_{\mathcal{D}} \phi. \\
(C, \delta u) \models_{\mathcal{D}} \langle a \rangle \phi & \Rightarrow & \exists (C', \delta') \in ST(TS) \, . \, (C, \delta) \stackrel{a}{\to} (C', \delta') \\
 & & \textit{и } (C', \delta' u) \models_{\mathcal{D}} \phi; \\
(C, \delta u) \models_{\mathcal{D}} x + m \bowtie y + n & \Rightarrow & u(x) + m \bowtie u(y) + n; \\
(C, \delta u) \models_{\mathcal{D}} x \textit{ in } \phi & \Rightarrow & (C, \delta u') \models_{\mathcal{D}} \phi, \textit{ где } u' = [\{x\} \to 0]u; \\
(C, \delta u) \models_{\mathcal{D}} Z & \Rightarrow & (C, \delta u) \models_{\mathcal{D}} D(Z).
\end{array}
$$

TS удовлетворяет замкнутой формуле ϕ логики L_ν $(TS \models_{\mathcal{D}} \phi)$, если $(C_0, \delta_0 u) \models_{\mathcal{D}} \phi$ при любом u. Заметим, что если ϕ — замкнутая формула, то $(C, \delta u) \models_{\mathcal{D}} \phi$, только если $(C, \delta u') \models_{\mathcal{D}} \phi$ при любых $u, u' \in {\mathbf{R}_0^+}^K$.

Цель данной работы — построить логическую формулу, характеризующую ВСС с точностью до временной тестовой эквивалентности. Тогда проблема распознавания, являются ли две ВСС тестово эквивалентными, сводится к проверке того, удовлетворяет ли одна из ВСС характеризационной формуле другой.

5. ОТ ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ К ГРАФУ КЛАССОВ

Для построения характеризационной формулы нам необходимо преобразовать бесконечное пространство состояний к конечному представлению таким образом, чтобы состояния, достижимые одним и тем же временным словом, были собраны в одном классе.

Сначала мы напомним те понятия, которые обычно используются для получения конечного представления, а потом посмотрим, достигается ли поставленная цель.

С целью получения дискретного представления выполнений BCC обычно используется понятие региона, аналогичное Алуру [4].

Пусть $M = (C, \delta)$, $M_1 = (C_1, \delta_1) \in ST(TS)$. Тогда $\delta \simeq \delta_1$, если

(а) $\forall 1 \le i \le n \;.\; \lfloor \delta(i) \rfloor = \lfloor \delta_1(i) \rfloor$,

(б) $\forall 1 \le i, j \le n$.

— $\{\delta(i)\} \le \{\delta(j)\} \iff \{\delta_1(i)\} \le \{\delta_1(j)\}$,

— $\{\delta(i)\} = 0 \iff \{\delta_1(i)\} = 0$,

где $n = \mid E_{TS} \mid$.

$M \simeq M_1$, если

1) $C = C_1$,

2) $\delta \simeq \delta_1$.

Множество $R = [M] = \{M_1 \mid M \simeq M_1\}$ называется *регионом* TS. Определим $R_0 = [M_{TS}]$.

Пусть R, R_1 будут регионами TS. Тогда отношение перехода на регионах определяется следующим образом:

- $R \xrightarrow{a} R_1$, если $\exists M \in R,\ M_1 \in R_1 \;.\; M \xrightarrow{a} M_1$ $(a \in Act_\tau)$;
- $R \xrightarrow{\chi} R_1$, если $\exists M \in R,\ M_1 \in R_1\ \exists d \in \mathbf{R}^+ \;.\; M \xrightarrow{d} M_1 \wedge \forall\ 0 < d' < d\ \ M \xrightarrow{d'} \widetilde{M} \in R \cup R_1$.

Назовем разбиение $ST(TS)$ на регионы *устойчивым*, если в некотором состоянии региона может выполниться действие или пройти время, то и во всех состояниях этого региона может выполниться это действие или пройти некоторое время, то есть:

- если $R \xrightarrow{a} R_1$, то $\forall M \in R \;.\; M \xrightarrow{a} M_1$ для некоторого $M_1 \in R_1$ $(a \in Act_\tau)$;
- если $R \xrightarrow{\chi} R_1$, то $\forall M \in R\ \exists d \in \mathbf{R}^+ \;.\; M \xrightarrow{d} M_1$ для некоторого $M_1 \in R_1$ и $M \xrightarrow{d'} \widetilde{M} \in R \cup R'$ для всех $0 < d' \le d$.

Тогда граф регионов для TS определим как:

Определение 6. Граф регионов TS *— это тройка* $RG(TS) = (V_{RG}, E_{RG}, l_{RG})$*, где множеством вершин* V_{RG} *является устойчивое разбиение* $ST(TS)$ *на регионы, множеством дуг* E_{RG} *— отношение перехода на регионах из* V_{RG}*, и помечающая функция* $l_{RG} : E_{RG} \longrightarrow Act_\tau \cup \{\chi\}$ *определяется как:* $l((R, R')) = z \iff R \xrightarrow{z} R'$.

Определим $Der(R,\ z) = \{R_1 \mid R \xrightarrow{z} R_1\}$.

Далее, для получения детерминированного представления мы определяем понятие класса как замыкание регионов по τ и графа классов для временной структуры событий.

Пусть $RG(TS)(V_{RG}, E_{RG}, l_{RG})$ и $Q \subseteq V_{RG}$. Множество $Q^\tau = \{R_1 \in V_{RG} \mid \exists R \in Q \ .\ R \overset{\epsilon}{\Rightarrow} R_1\}$ называется *классом* TS. Определим $Q_0 = \{R_0\}^\tau$ и $Der(Q,\ z) = \bigcup_{R \in Q} Der(R,\ z)$.

Для классов Q, Q_1 и $z \in Act \cup \{\chi\}$, *отношение перехода на классах* определяется как: $Q \xrightarrow{z} Q_1$, если $Q_1 = (Der(Q,\ z))^\tau$. Будем обозначать множество действий, по которым возможен переход из данного класса в другие через $S(Q) = \{z \in Act \cup \{\chi\} \mid\ Q \xrightarrow{z}\}$.

Определение 7. Класс графов TS *— это помеченный направленный граф* $CG(TS) = (V_{CG}, E_{CG}, l_{CG})$. *Множеством вершин* V_{CG} *является множество достижимых классов* TS, *множеством дуг* E_{CG} *— отношение перехода на классах из* V_{CG}, $l_{CG} : E_{CG} \longrightarrow (Act \cup \{\chi\})$ *— помечающая функция.*

Таким образом, для каждого класса существует не более одного перехода по каждому действию из $Act \cup \{\chi\}$, и граф классов является конечным детерминированным представлением множества состояний ВСС.

Для дальнейшего анализа состояний, входящих в класс, нам необходимо связать понятия состояния, временного слова и класса.

Определение 8. *Пусть* $\langle w, d\rangle \in L(TS)$ *и* $CG(TS) = (V_{CG},\ E_{CG},\ l_{CG})$. *Пусть* $p = Q_0\ \ldots\ Q$ *— путь в* $CG(TS)$. *Тогда* $M \in ST(TS)$ *называется* достижимым *посредством временного слова* $\langle w, d\rangle$, согласованного с p, *если* $[M] \in Q$

- *и либо* $p = Q_0$ *and* $\langle w, d\rangle = \langle \epsilon, 0\rangle$,
- *либо* $p = p_1 \xrightarrow{z} Q$ *и существует* $M_1 \in ST(TS)$ *достижимое посредством* $\langle w', d'\rangle$, *согласованного с* p_1,
  - *и либо* $z = a \in Act$, $M_1 \overset{a}{\Rightarrow}\overset{d''}{\rightarrow} M$, *и* $\langle w, d\rangle\langle w'a(d' - \triangle(w')), d' + d''\rangle$ *для некоторого* $d'' \in \mathbf{R}_0^+$,
  - *либо* $z = \chi$, $M_1 \overset{d''}{\Rightarrow} M$, *и* $\langle w, d\rangle = \langle w', d' + d''\rangle$ *для некоторого* $d'' \in \mathbf{R}^+$.

Рассмотрим несколько примеров, показывающих существовование нескольких путей, согласованных с одним и тем же временным словом.

На рис. 3 изображена временная структура событий и фрагмент графа классов, соответствующая путям $p_1 = Q_0 \xrightarrow{\chi} Q_1 \xrightarrow{a} Q_2 \xrightarrow{\chi} Q_3 \xrightarrow{\chi} Q_4$

TS_4 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $CG(TS_4)$

$$\begin{array}{ccc} [0,1] & & [0,1] \\ a & & b \\ \# & & \# \\ a & \longrightarrow & b \\ [0,1] & & [0,1] \end{array} \qquad Q_0 \xrightarrow{\chi} Q_1 \xrightarrow{a} Q_2 \xrightarrow{\chi} Q_3 \xrightarrow{\chi} Q_4$$

Рис. 3. Временная структура событий и фрагмент ее графа классов, в котором временное слово $\langle a(0.5), 1\rangle$ согласовано с несколькими путями

и $p_2 = Q_0 \xrightarrow{\chi} Q_1 \xrightarrow{a} Q_2 \xrightarrow{\chi} Q_3$. Классы Q_3, Q_4 содержат состояния, достижимые посредством временного слова $\langle a(0.5), 1\rangle$, согласованного с p_2 (p_1, соответственно).

Другой пример, в $CG(TS_2')$ (см. рис. 2(a)) существуют вершины Q и Q_1 с регионами $[M] \in Q$ ($[M_1] \in Q_1$), такие что $M(M_1$, соответственно) достижимо временным словом $\langle \epsilon(1), 1\rangle$, согласованным с путем из Q_0 в Q (в Q_1, соответственно).

Мы получаем такую ситуацию из-за того, что в TS_2' можно выполнить действие τ и получить новое состояние как во время 0, так и в $0 < d < 1$. Если τ выполнено во время 0, то область значений функции δ в новом состоянии включает только 0. Если τ выполнено во время $0 < d < 1$, область значений функции δ в новом состоянии состоит из 0 и d. Таким образом, в графе регионов $RG(TS_2')$ существует несколько путей из R_0 в регионы, включающие состояния, достижимые словом $\langle \epsilon(1), 1\rangle$. А именно, один из них состоит из последовательности τ- и двух χ-переходов, другой — из последовательности $\chi-, \tau$- и двух χ-переходов.

Таким образом, видим, что на всем множестве ВСС мы не достигли представления, в котором состояния, достижимые одним и тем же временным словом, были бы собраны в одном классе.

Сузим наши исследования до подклассов, в которых желаемое представление возможно. Один из рассматриваемых здесь — это подкласс ВСС с дискретными невидимыми действиями, другой — детерминированные ВСС.

6. τ-ДИСКРЕТНЫЕ ВРЕМЕННЫЕ СТРУКТУРЫ СОБЫТИЙ

В этой главе расмотрим подкласс ВСС с невидимыми действиям, у которых точечный временной интервал. Для этой модели понятие региона введем не на обычных состояниях из $ST(TS)$, а на обобщенных состояниях, объединяющих те состояния $ST(TS)$, которые получены выполнением некоторого временного слова.

TS называется *τ-дискретной*, если $\forall e \in E_{TS} \ . \ l(e) = \tau \Rightarrow D(e) = [n, n]$ $(n \in \mathbf{N})$. Множество τ-дискретных временных структур событий будем обозначать через $\mathcal{E}_{d-\tau}$. Далее в этой главе предполагаем, что TS и $TS' \in \mathcal{E}_{d-\tau}$.

Перейдем к формальным определениям.

Определение 9. *Подмножество $\mu \subseteq ST(TS)$ называется* обобщенным состоянием TS. Начальное *обобщенное состояние TS — $\mu_0 = \{M_{TS}\}$. Иногда мы будем обозначать μ через $(\langle \mathbf{C} \rangle^n, \langle \delta \rangle^n)$, где $\langle \mathbf{C} \rangle^n = (C_1, \ldots, C_n)$, $\langle \delta \rangle^n = (\delta_1, \ldots, \delta_n)$ при $(C_i, \delta_i) \in \mu$ $(1 \leq i \leq n)$.*
Введем полезные вспомогательные обозначения. $En(\mu) = \bigcup \{En(C) \mid \exists (C, \delta) \in \mu\}$. Пусть $n^+ = \{1, \ldots, n\}$, тогда перестановка $\pi(n) : n^+ \to n^+$ расширяется до $\langle \mathbf{C} \rangle^n$ следующим образом: $\pi(n)(\langle \mathbf{C} \rangle^n) = (C_{\pi(n)(1)}, \ldots, C_{\pi(n)(n)})$. Аналогично определяется $\pi(n)(\langle \delta \rangle^n)$, тогда
$\pi(n)(\mu) = (\pi(n)(\langle \mathbf{C} \rangle^n), \pi(n)(\langle \delta \rangle^n))$.

Определим отношение $\xrightarrow{z}$ на обобщенных состояниях как:

- $\mu \xrightarrow{\tau} \mu' \iff \mu' = \{(C', \delta') \mid \exists (C, \delta) \in \mu \ . \ (C, \delta) \xrightarrow{\tau} (C', \delta')\} \cup \mu$ и $\mu \neq \mu'$;
- $\mu \xrightarrow{z} \mu' \iff \mu \overset{\tau}{\not\rightarrow}$ и $\mu' = \{(C', \delta') \mid \exists (C, \delta) \in \mu \ . \ (C, \delta) \xrightarrow{z} (C', \delta')\}$ $(z \in Act \cup \mathbf{R}^+)$.

Мы предполагаем, что $\mu \overset{d}{\Rightarrow} \iff \mu \overset{\epsilon}{\Rightarrow} \xrightarrow{d_1} \cdots \overset{\epsilon}{\Rightarrow} \xrightarrow{d_n} \overset{\epsilon}{\Rightarrow}$, где n — конечно, $d = \sum_{1 \leq i \leq n} d_i$.

Множество всех обобщенных состояний, достижимых из μ_0, будем обозначать $STC(TS)$. Отношение перехода на обобщенных состояниях $STC(TS)$ расширяется для временных слов из $Dom(Act, \mathbf{R}_0^+)$, также как и на состояниях $ST(TS)$.

Для данной модели мы модифицируем определение региона и связанные с ним понятия для обобщенных состояний.

Пусть $\mu = (C_1, \ldots, C_n, \delta_1, \ldots, \delta_n) \neq \mu' = (C_1', \ldots, C_n', \delta_1', \ldots, \delta_n')$. Тогда $\mu \simeq \mu'$, если $(C_1, \ldots, C_n) = (C_1', \ldots, C_n')$ и

(а) $\forall 1 \leq i \leq m \ . \ \lfloor \delta_1 | \ldots | \delta_n(i) \rfloor = \lfloor \delta_1' | \ldots | \delta_n'(i) \rfloor$;

(б) $\forall 1 \leq i, j \leq m$.

— $\{\delta_1|\ldots|\delta_n(i)\} \ \leq \ \{\delta_1|\ldots|\delta_n(j)\} \ \iff$
$\{\delta'_1|\ldots|\delta'_n(i)\} \ \leq \ \{\delta'_1|\ldots|\delta'_n(j)\}$,
— $\{\delta_1|\ldots|\delta_n(i)\} = 0 \iff \{\delta'_1|\ldots|\delta'_n(i)\} = 0$,

где $\delta_1|\ldots|\delta_n$ — канкатенация векторов $\overline{\delta_i}$ $(1 \leq i \leq n)$ и
$m = \sum_{1 \leq i \leq n} |C_i|$.

Множество $R = [\mu] = \{\mu_1 \mid \exists \pi(n) \ . \ \mu \simeq \pi(n)(\mu_1)\}$ называется *регионом* TS. Определим $R_0 = [\mu_0]$.

Пусть R, R_1 будут регионами TS. Тогда отношение перехода на регионах определяется следующим образом:

- $R \xrightarrow{a} R_1$, если $\exists \mu \in R, \ \mu_1 \in R_1 \ . \ \mu \xrightarrow{a} \mu_1$ $(a \in Act_\tau)$;
- $R \xrightarrow{\chi} R_1$, если $\exists \mu \in R, \ \mu_1 \in R_1 \ \exists d \in \mathbf{R}^+ \ . \ \mu \xrightarrow{d} \mu_1 \wedge \forall \ 0 < d' < d \ \ \mu \xrightarrow{d'} \widetilde{\mu} \in R \cup R_1$.

Назовем разбиение $EST(TS)$ на регионы *устойчивым*, если выполняются следующие условия:

- если $R \xrightarrow{a} R_1$, то $\forall \mu \in R \ . \ \mu \xrightarrow{a} \mu_1$ для некоторого $\mu_1 \in R_1$ $(a \in Act_\tau)$;
- если $R \xrightarrow{\chi} R_1$, то $\forall \mu \in R \ \exists d \in \mathbf{R}^+ \ . \ \mu \xrightarrow{d} \mu_1$ для некоторого $\mu_1 \in R_1$ и $\mu \xrightarrow{d'} \widetilde{\mu} \in R \cup R'$ для всех $0 < d' \leq d$.

Теперь мы можем определить понятие графа регионов для TS.

Определение 10. Граф регионов TS *— это тройка* $RG(TS) = (V_{RG},\ E_{RG},\ l_{RG})$, *где множеством вершин* V_{RG} *является устойчивое разбиение* $EST(TS)$ *на регионы, множеством дуг* E_{RG} *— отношение перехода на регионах из* V_{RG}, *и помечающая функция* $l_{RG} : E_{RG} \longrightarrow Act_\tau \cup \{\chi\}$ *определяется как:* $l((R, R')) = z \iff R \xrightarrow{z} R'$.

Из определения отношения $\simeq$ на обобщенных состояниях и определения графа регионов получаем свойство совпадения множеств готовых к выполнению действий для обобщенных состояний из одного региона.

Лемма 1. *Let* $R \in V_{RG}$. *Then* $\forall \mu,\ \mu' \in R \ \forall (C, \delta) \in \mu \ \exists \ (C',\ \delta') \in \mu' \ . \ C = C' \ \wedge \ S((C, \delta)) \mid_{Act_\tau} S((C', \delta')) \mid_{Act_\tau} \ \wedge \ S((C, \delta)) \mid_{\mathbf{R}^+} = \emptyset \iff S((C', \delta')) \mid_{\mathbf{R}^+} = \emptyset$.

6.1. Добавление часов

Перед тем как перейти к рассмотрению графа классов, добавим дополнительные информационные поля для каждого региона. Эти поля будут необходимы при построении характеризационной формулы.

Для синхронизации ВСС, для которой логическая формула будет конструироваться, с другой ВСС, на котрой формула будет проверяться, в регионы включаются временные счетчики.

Пусть даны $RG(TS)$ — граф регионов и X — счетное множество часов. Сопоставим каждому региону $RG(TS)$ уникальный номер, тогда каждому региону R_i мы сопоставим собственные часы x_{R_i}. Для простоты будем иногда писать x_i вместо x_{R_i}.

Более того, каждому региону R сопоставим четверку $T = (RC(R),$ $\mu_R,\ \sigma_R,\ \Delta_R)$, где $RC(R)$ — множество часов, $\mu_R = (\langle \mathbf{C}\rangle^{n_R}, \langle\delta\rangle^{n_R}) \in R$ — представитель региона, функция $\sigma_R : RC(R) \longrightarrow 2^{E\times\mathbf{N}}$ сопоставляет множество номеров конфигураций из μ_R всем часам из $RC(R)$ и функция $\Delta_R : RC(R) \longrightarrow \mathbf{R}_0^+$ — означивание часов.

Сначала мы предполагаем, что $RC(R_0) = \{x_0\}$, μ_0 — представитель R_0, $\sigma_{R_0}(x_0) = \{(e_1,\ 1)\}$, $\Delta_{R_0}(x_0) = 0$. Для остальных $R \in RG(TS)$ предполагаем $RC(R) = \emptyset$ и в качестве представителя берем произвольное состояние $\mu \in R$, $\sigma_R \equiv \emptyset$.

Тогда при переходе из региона в регион мы добавляем x_R в $RC(R)$, если после выполнения некоторого действия получаем $\mu \in R$ и появляются новые события, готовые к выполнению в $C \in \mu$. Тогда эти события и конфигурация C сопоставляется часам x_R. Кроме того, мы удаляем из $RC(R)$ ненужные часы, а именно, те, которым не сопоставлены конфигурации. Более формально:

- $(R,T) \xrightarrow{a} (R',T')$ $(a \in Act)$, если $R \xrightarrow{a} R'$ (предположим $\mu_R \xrightarrow{a} \widetilde{\mu}$ для некоторого $\widetilde{\mu} \in R'$, и $\mu_{R'} \simeq \pi(n_{R'})(\widetilde{\mu})$ для некоторой перестановки $\pi(n_{R'})$), и множество $RC(R')$ изменяется в два шага:
  1. $RC(R') = RC(R') \cup (R \setminus OLD(R,a))$, где
     $OLD(R,a) = \{x_i \mid \forall j \in \sigma_R(x_i)\ .\ (C_j,\delta_j) \stackrel{a}{\not\to}\}$;
  2. $RC(R') = RC(R') \cup \{x_{R'}\}$, если $\exists e \in En(\widetilde{\mu}) \setminus En(\mu_R) \wedge$ $\forall (C,\delta) \in \mu_R\ \forall e \in C \cup En(C)$
     $\delta(e) \neq 0$.

  $\sigma_{R'}$ изменяется следующим образом:
  1. для всех $x \in RC(R') \cap RC(R)$
     $\sigma_{R'}(x) = \sigma_{R'}(x) \cup \pi(n_{R'})(\rho)$, где $\rho = \{k \mid \exists i \in \sigma_R(x)\ \exists(\widetilde{C}_k,\widetilde{\delta}_k) \in$ $\widetilde{\mu}\ .\ (C_i,\delta_i) \xrightarrow{a} (\widetilde{C}_k,\widetilde{\delta}_k)\}$;
  2. если $x_{R'} \in RC(R')$, то $\sigma_{R'}(x_{R'}) = \{(e,i) \mid\ (C_i,\delta_i) \in \mu_{R'}\ .\ \exists e \in$ $En(C_i)\ \delta_i(e) = 0\}$.
- $(R,T) \xrightarrow{\tau} (R',T')$ определяется аналогично предыдущему пункту, за исключением первого шага изменения $RC(R')$. А именно,

$RC(R') = RC(R)$.

- $((R,T) \xrightarrow{\chi} (R',T')$, если $R \xrightarrow{\chi} R'$ (предположим $\mu_R \xrightarrow{d} \widetilde{\mu}$ для некоторого $d \in \mathbf{R}^+$ и
$\widetilde{\mu} \in R'$, и $\mu_{R'} \simeq \pi(n_{R'})(\widetilde{\mu})$ для некоторой перестановки $\pi(n_{R'})$), и
    1. $RC(R') = RC(R') \cup (R \setminus OLD(R,\chi))$, где
    $OLD(R,\chi) = \{x_i \mid \forall j \in \sigma_R(x_i)\big(\neg\exists(\widetilde{C},\widetilde{\delta}) \in \widetilde{\mu}\ .\ (C_j,\delta_j) \xrightarrow{d} (\widetilde{C},\widetilde{\delta})\big)\}$;
    2. для всех $x \in RC(R') \cap RC(R)$
    $\sigma_{R'}(x) = \sigma_{R'}(x) \cup \pi(n_{R'})(\rho)$, где $\rho = \{k \mid \exists i \in \sigma_R(x)\ \exists(\widetilde{C}_k,\widetilde{\delta}_k) \in \widetilde{\mu}\ .\ (C_i,\delta_i) \xrightarrow{d} (\widetilde{C}_k,\widetilde{\delta}_k)\}$.

Означивание для часов $x \in RC(R)$ определяется как $\Delta_R(x) = \delta_i(e)$, где $(e,i) \in \sigma_R(x)$.

В дальнейшем будем использовать обычное обозначение R вместо (R,T).

6.2. Граф классов

Понятия класса и графа классов для подкласса τ-дискретных ВСС не изменяется (см. определение 8 гл. 5). Будем обозначать множество относящихся к классу часов через $QC(Q) = \bigcup_{R \in Q} RC(R)$.

Определение, связывающее понятия обобщенного состояния, временного слова и класса, аналогично уже приведенному.

Определение 11. *Пусть $\langle w,d\rangle \in L(TS)$ и $CG(TS) = (V_{CG}, E_{CG}, l_{CG})$. Пусть $p = Q_0\ \dots\ Q$ — путь в $CG(TS)$. Тогда $\mu \in EST(TS)$ называется* достижимым *посредством временного слова $\langle w,d\rangle$,* согласованного с p, *если $[\mu] \in Q$*

- *и либо $p = Q_0$ and $\langle w,d\rangle = \langle \epsilon, 0\rangle$,*
- *либо $p = p_1 \xrightarrow{z} Q$ и существует $\mu_1 \in EST(TS)$ достижимое посредством $\langle w',d'\rangle$, согласованного с p_1,*
    - *и либо $z = a \in Act$, $\mu_1 \overset{a}{\Rightarrow}\xrightarrow{d''} \mu$, и $\langle w,d\rangle\langle w' a(d' - \triangle(w')), d' + d''\rangle$ для некоторого $d'' \in \mathbf{R}_0^+$,*
    - *либо $z = \chi$, $\mu_1 \overset{d''}{\Rightarrow} \mu$, и $\langle w,d\rangle = \langle w', d' + d''\rangle$ для некоторого $d'' \in \mathbf{R}^+$.*

Из определения отношения перехода на обобщенных состояниях следует единственность в каждом классе такого региона, который не может выполнить невидимое действие.

Утверждение 1. *Для любого класса $Q \in CG(TS)$ существует единственный регион $R \in Q$, такой что $R \stackrel{\tau}{\not\longrightarrow}$.*

$\square$

Лемма 2. *Пусть $\langle w, d\rangle \in L(TS)$, $\mu \in STC(TS)$, $Q \in CG(TS)$ и путь p из Q_0 в Q такие, что μ достижимо $\langle w, d\rangle$, согласованным с путем p. Тогда для любого μ_1, такого что $\mu_0 \stackrel{\langle w,d\rangle}{\Longrightarrow} \mu_1$, верно — μ_1 достижимо $\langle w, d\rangle$, согласованным с путем p.*

Доказательство проводится индукцией по длине временного слова $\langle w, d\rangle$. $\square$

Следствие 1. *Пусть $\langle w, d\rangle \in L(TS)$ и $\mu_0 \stackrel{\langle w,d\rangle}{\Longrightarrow} \mu$. Пусть $Q \in CG(TS)$ и путь p из Q_0 в Q такие, что μ достижимо $\langle w, d\rangle$, согласованным с путем p. Тогда для любого региона R из Q существует обобщенное состояние $\overline{\mu} \in R$ такое, что $\overline{\mu}$ достижимо $\langle w, d\rangle$, согласованным с путем p.*

6.3. Построение характеризационной формулы

Теперь мы можем перейти к построению логических характеризационных формул для классов. Мы будем использовать Q_a и Q_χ для обозначения $Q \stackrel{a}{\to} Q_a$ и $Q \stackrel{\chi}{\to} Q_\chi$. Необязательные части формулы будем заключать в $\langle\!\langle$ и $\rangle\!\rangle$. Всем часам $x_i \in QC(Q)$ соответствуют формульные часы $\hat{x}_i$, и $XQ\ in\ F$ подразумевает $(\hat{x}_1\ in\ (\hat{x}_2\ in\ (\ldots\ (\hat{x}_n\ in\ F)))$ для $XQ = \{\hat{x}_1,\ \hat{x}_2, \ldots,\ \hat{x}_n\}$. Кроме того, полагаем $\hat{R} \in Q$, таким что $\hat{R} \stackrel{\tau}{\not\to}$. Также в формулах для простоты используется символ импликации ($\Rightarrow$).

Тогда для класса Q определим следующие формулы:

$$
\begin{array}{rl}
F_Q = & \forall\!\!\!\forall\beta(Q) \Rightarrow\ \psi_Q;\\
\psi_Q = & \langle\!\langle \forall\!\!\!\forall\beta^{>}(Q) \Rightarrow F_{nil}\rangle\!\rangle\ \wedge\ \langle\!\langle F_{Q_\chi}\rangle\!\rangle \wedge\\
& \bigwedge_{a \notin S(Q)|_{Act}} [a]\mathit{ff} \wedge\\
& \bigwedge_{a \in S(Q)|_{Act}} [a](\langle\!\langle XQ_a\ in\rangle\!\rangle\ \widehat{F}_{Q_a}) \wedge\\
& (ACC(Q)\ \vee\ \langle\tau\rangle \mathit{tt});\\
(\text{неформально, } \psi_Q = & \langle\!\langle\ Q_\chi \text{ не существует}\rangle\!\rangle\ \wedge\ \langle\!\langle\ Q_\chi \text{ существует}\rangle\!\rangle \wedge\\
& \left[\begin{array}{l}\text{часть для действий, которые}\\ \text{не могут выполниться в } Q\end{array}\right] \wedge\\
& \left[\begin{array}{l}\text{часть для действий, которые}\\ \text{могут выполниться в } Q\end{array}\right] \wedge\\
& [\text{ моделирование } Acc(TS, \langle w, d\rangle)]);
\end{array}
$$

$$\widehat{F}_Q = \begin{cases} F_Q, \text{ если } Q=\{R\} \wedge \exists \mu \in R \ \exists d \in \mathbf{R}^+ \ . \ \mu_R \xrightarrow{d} \mu, \\ \psi_Q, \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$$

Определяем $\widehat{F}_Q$ как ψ_Q, если нет возможности пройти времени внутри регионов из Q.

Условия $\beta(Q)$ должны выполняться только для значений часов состояний из $\hat{R}$. Их построение проводим следующим образом:

1. $\beta(Q) = tt$;
2. для $x_i, x_j (x_i \neq x_j) \in RC(\hat{R})$ полагаем $\lfloor \Delta_{\mu_{\hat{R}}}(x_i) \rfloor = a$, $\lfloor \Delta_{\mu_{\hat{R}}}(x_j) \rfloor = b$, тогда

$$\beta(Q) = \beta(Q) \wedge \begin{cases} \hat{x}_i = a, & \text{если } \Delta_{\mu_{\hat{R}}}(x_i) \lfloor \Delta_{\mu_{\hat{R}}}(x_i) \rfloor, \\ a < \hat{x}_i < a+1, & \text{в остальных случаях ;} \end{cases}$$

3.

$$\beta(Q) = \beta(Q) \wedge \begin{cases} \hat{x}_i + b = \hat{x}_j + a, & \text{если } \{\Delta_{\mu_{\hat{R}}}(x_i)\}\{\Delta_{\mu_{\hat{R}}}(x_j)\}, \\ \hat{x}_i + b < \hat{x}_j + a, & \text{если } \{\Delta_{\mu_{\hat{R}}}(x_i)\} < \{\Delta_{\mu_{\hat{R}}}(x_j)\}, \\ \hat{x}_i + b > \hat{x}_j + a, & \text{если } \{\Delta_{\mu_{\hat{R}}}(x_j)\} < \{\Delta_{\mu_{\hat{R}}}(x_i)\}. \end{cases}$$

Условия $\beta^{>}(Q)$ подразумевают, что значения формульных часов больше, чем значения соответствующих часов из $\hat{R}$.

$$\beta^{>}(Q) = \begin{cases} \beta(Q) \ \vee \ \bigvee_{x_i \in RC(\hat{R})} \hat{x}_i \geq \lceil \Delta_{\mu_{\hat{R}}}(x_i) \rceil, \text{ если все} (C, \delta) \in \mu_{\hat{R}} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{— заключительные,} \\ \bigvee_{\{x_i \in RC(\hat{R}) | \{\Delta_{\mu_{\hat{R}}}(x_i)\} = 0\}} \hat{x}_i > \lceil \Delta_{\mu_{\hat{R}}}(x_i) \rceil \ \vee \\ \bigvee_{\{x_i \in RC(\hat{R}) | \{\Delta_{\mu_{\hat{R}}}(x_i)\} \neq 0\}} \hat{x}_i \geq \lceil \Delta_{\mu_{\hat{R}}}(x_i) \rceil, \text{ в остальных} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{случаях.} \end{cases}$$

Далее мы рассмотрим подформулы ψ_Q и условия их включения в ψ_Q.

- $XQ_a = \{\hat{x} \mid x \in QC(Q_a) \setminus QC(Q)\}$ включается, если не пусто;
- $\forall\!\!\!\forall \beta^{>}(Q) \Rightarrow F_{nil}$ включается в ψ_Q, если класс Q_χ не существует;
- F_{Q_χ} включается в ψ_Q, если класс Q_χ существует;
- $ACC(Q) = \bigvee_{(C,\delta) \in \mu_{\hat{R}}, (C,\delta) \stackrel{\tau}{\not\to}} \big((\bigwedge_{a \in S((C,\delta))} \langle a \rangle tt) \wedge \langle\!\langle \chi_{(C,\delta)} \rangle\!\rangle \wedge \langle\!\langle F_{nil} \rangle\!\rangle \big)$ моделирует $Acc(TS, \langle w, d \rangle)$;
- $F_{nil} = \bigwedge_{a \in Act} [a] ff$ включается в $ACC(Q)$ для всех состояний $(C, \delta) \in \mu_{\hat{R}}$, таких что $S((C, \delta)) \mid_{Act} = \emptyset$;
- $\chi_{(C,\delta)} \begin{cases} \exists\!\!\!\exists \beta(Q_\chi) \Rightarrow (\bigwedge_{a \in S((C,\delta))} \langle a \rangle tt), & \text{если } S(C,\delta) \mid_{Act} \neq \emptyset, \\ \exists\!\!\!\exists \beta^{>}(Q_\chi) \Rightarrow (\bigvee_{a \in Act_\tau} \langle a \rangle tt), & \text{в остальных случаях;} \end{cases}$

- $\chi_{(C,\delta)}$ включается в $ACC(Q)$ для всех $(C,\delta) \in \mu_{\hat{R}}$, таких что $S((C,\delta)) \mid_{\mathbf{R}^+} \neq \emptyset$.

Таким образом, формула ψ_Q содержит три обязательные части. Первая группа конъюнкций состоит из $[a]$-формул для всех действий, которые не могут быть выполнены в Q. Вторая группа конъюнкций состоит из $[a]$-формул для всех действий, которые могут быть выполнены в Q. Третья группа — из дизъюнкций над состояниями в $\mu_{\hat{R}}$, и каждый дизъюнктивный член состоит из конъюнкций $\langle a \rangle$-формул для всех действий, которые могут быть выполнены в рассматриваемом состоянии. Необязательная часть характеризует возможность пройти некоторому количеству времени в данном состоянии. Необязательные части ψ_Q включаются в формулу в зависимости от существования Q_χ.

Для τ-дискретной временной структуры событий TS *характеризационной must-формулой* называется формула $F_{TS}^{must} = \hat{x}_0 \ in \ F_{Q_0}$.

TS_5

$$\begin{array}{ccc} [1,1] & & [1,1] \\ a & & a \\ \# & & \# \\ \tau & \longrightarrow & \tau \\ [1,1] & & [1,1] \end{array}$$

$CG(TS_5)$

$$Q_0 \xrightarrow{\chi} Q_1 \xrightarrow{\chi} Q_2 \xrightarrow{a} Q_3 \xrightarrow{a} Q_4$$

Рис. 4. τ-дискретная временная структура событий

Для примера построим характеризационную $must$-формулу для временной структуры событий TS_5, показанной на рис. 4. Мы полагаем $Act = \{a\}$. Тогда получаем следующее:

$$\begin{aligned}
&F_{TS_5}^{must} = \hat{x}_0 \ in \ \Big(\forall\!\!\!\forall \ \hat{x}_0 = 0 \Rightarrow \big[F_{Q_1} \ \wedge \ [a]f\!f \ \wedge \ (ACC(Q_0) \ \vee \ \langle\tau\rangle t\!t)\big]\Big),\\
&F_{Q_1} = \forall\!\!\!\forall \ 0 < \hat{x}_0 < 1 \Rightarrow \big[F_{Q_2} \ \wedge \ [a]f\!f \ \wedge \ (ACC(Q_1) \ \vee \ \langle\tau\rangle t\!t)\big],\\
&F_{Q_2} = \forall\!\!\!\forall \ \hat{x}_0 = 1 \Rightarrow \big[(\forall\!\!\!\forall \ \hat{x}_0 > 1 \Rightarrow F_{nil}) \wedge [a]F_{Q_3} \wedge (ACC(Q_2) \vee \langle\tau\rangle t\!t)\big],\\
&F_{Q_3} = \forall\!\!\!\forall \ \hat{x}_0 = 1 \Rightarrow \big[(\forall\!\!\!\forall \ \hat{x}_0 > 1 \Rightarrow F_{nil}) \wedge [a]F_{Q_4} \wedge (ACC(Q_3) \vee \langle\tau\rangle t\!t)\big],\\
&F_{Q_4} = \forall\!\!\!\forall \ \hat{x}_0 = 1 \Rightarrow \big[(\forall\!\!\!\forall \ \hat{x}_0 > 1 \Rightarrow F_{nil}) \wedge [a]f\!f \wedge (ACC(Q_4) \vee \langle\tau\rangle t\!t)\big],
\end{aligned}$$

$$
\begin{array}{ll}
ACC(Q_0) = & F_{nil} \ \wedge \ \exists\, \hat{x}_0 > 0 \Rightarrow (\langle a \rangle tt \ \vee \ \langle \tau \rangle),\\
ACC(Q_1) = & F_{nil} \ \wedge \ \exists\, \hat{x}_0 \geq 0 \Rightarrow (\langle a \rangle tt \ \vee \ \langle \tau \rangle),\\
ACC(Q_2) = & F_{nil},\\
ACC(Q_3) = & F_{nil} \ \vee \ (\langle a \rangle tt \ \wedge \ F_{nil}),\\
ACC(Q_4) = & F_{nil},\\
F_{nil} = & [a] ff.
\end{array}
$$

Прежде чем перейти к основной теореме, устанавливающей взаимосвязь между временными тестовыми предпорядками и характеризационными формулами, рассмотрим две вспомогательные леммы. В следующих далее леммах и теореме мы полагаем $\mathcal{D}$, соответствущим определению F_Q для каждого класса Q из $V_{CG(TS)}$.

Лемма 3. *Пусть* $(C_0', \delta_0'\ u) \models_{\mathcal{D}} F_{TS}^{must}$, *где* $(C_0', \delta_0') = M_{TS'}$, $u \equiv 0$. *Пусть* $\langle w,\ d \rangle \in L(TS) \cap L(TS')$ *и* $(C_0', \delta_0') \stackrel{\langle w,\ d \rangle}{\Longrightarrow} (C', \delta')$. *Тогда* $(C', \delta'\ u') \models_{\mathcal{D}} \psi_Q$, *где* Q *и* u' *таковы, что существует* μ, *достижимая посредством* $\langle w,\ d \rangle$, *согласованным с путем из* Q_0 *в* Q, *и* $u' \mid_{RC([\mu])} = \Delta_{[\mu]}$.

Доказательство.

Пусть выполнены все условия Леммы. Проведем доказательство индукцией по длине временного слова $\langle w,\ d \rangle$.

- $\langle w,\ d \rangle \langle \epsilon,\ 0 \rangle$. Пусть $(C_0', \delta_0') \stackrel{\langle \epsilon,\ 0 \rangle}{\Longrightarrow} (C', \delta')$.
  Так как $(C_0', \delta_0'\ u) \models_{\mathcal{D}} F_{TS}^{must}$ и $u \equiv 0$, то из построения характеризационной формулы имеем $(C_0', \delta_0'\ u) \models_{\mathcal{D}} F_{Q_0}$, т.е. $(C_0', \delta_0'\ u) \models_{\mathcal{D}} \forall\!\!\!\forall \beta(Q_0) \Rightarrow \ \psi_{Q_0}$.
  Рассмотрим класс $Q_0 \in CG(TS)$. Обобщенное состояние μ_0 достижимо $\langle \epsilon,\ 0 \rangle$, согласованным с путем $p = Q_0$, и $R_0 = [\mu_0] \in Q_0$. Множество часов R_0 состоит из x_0, и $u \mid_{\hat{x}_0} = \Delta_{R_0} = 0$. Также из построения формулы следует, что $\beta(Q_0) = \hat{x}_0 = 0$. Таким образом, из определения отношения выполнимости получаем, что $(C', \delta'\ u) \models_{\mathcal{D}} \psi_{Q_0}$.
- Предположим, что для некоторого $\langle w',\ d' \rangle$ Лемма доказана.
- Пусть $\langle w,\ d \rangle\ \langle w' a(d''),\ d' \rangle$. Пусть $(C_0', \delta_0') \stackrel{\langle w',\ d' \rangle}{\Longrightarrow} (\overline{C}', \overline{\delta}') \stackrel{a}{\rightarrow} \stackrel{\epsilon}{\Longrightarrow} (C', \delta')$. По предположению индукции для $(\overline{C}', \overline{\delta}')$ существуют $\overline{u}$, $\overline{Q}$, $\overline{\mu}$, такие что $\overline{\mu}$ достижимо посредством $\langle w',\ d' \rangle$, согласованным с путем из Q_0 в $\overline{Q}$, $\overline{u} \mid_{RC(\overline{R})} \Delta_{\overline{R}}$, где $\overline{R} = [\overline{\mu}]$, и выполняется $(\overline{C}', \overline{\delta}'\ \overline{u}) \models_{\mathcal{D}} \psi_{\overline{Q}}$.

  Так как $\langle w,\ d \rangle \in L(TS)$, то существуют такие $\hat{\mu}, \mu$, что $\mu_0 \stackrel{\langle w',\ d' \rangle}{\Longrightarrow} \hat{\mu} \stackrel{a}{\rightarrow} \stackrel{\epsilon}{\Longrightarrow} \mu$. Тогда, согласно Лемме 2 имеем $[\hat{\mu}] \in \overline{Q}$. Значит, $a \in$

$S(\overline{Q})$, и для некоторого класса $Q \in CG(TS)$ $\overline{Q} \xrightarrow{a} Q$, при этом $[\mu] \in Q$.

Следовательно, из построения формулы получаем $(\overline{C}', \overline{\delta}'\ \overline{u}) \models_{\mathcal{D}} [a](\langle\langle XQ\, in\rangle\rangle\, \widehat{F}_Q)$. Далее, по отношению выполнимости $(C', \delta'\ \overline{u}) \models_{\mathcal{D}} \langle\langle XQ\, in\rangle\rangle\, \widehat{F}_Q$ и $(C', \delta'\ u') \models_{\mathcal{D}} \widehat{F}_Q$, где $u' = [XQ \to 0]\overline{u}$. При $\widehat{F}_Q = \psi_Q$ получаем требуемый результат. Если $\widehat{F}_Q \forall\beta(Q_0) \Rightarrow\ \psi_{Q_0}$, то по отношению выполнимости для $d = 0$ также имеем $(C', \delta'\ u' + d) \models_{\mathcal{D}} \psi_Q$.

- Для $\langle w,\ d\rangle$ $\langle w',\ d' + d''\rangle$ доказательство аналогично предыдущему пункту.

$\square$

Лемма 4. *Пусть* $(C_0', \delta_0'\ u) \models_{\mathcal{D}} F_{TS}^{must}$, *где* $(C_0', \delta_0') = M_{TS'}$, $u \equiv 0$. *Тогда* $L(TS') \subseteq L(TS)$.

Доказательство проводится индукцией по длине временного слова $\langle w,\ d\rangle$. $\square$

Теперь мы можем перейти к доказательству теоремы.

Теорема 1. $TS \leq_{must} TS' \iff TS' \models_{\mathcal{D}} F_{TS}^{must}$.

Доказательство.

$(\Leftarrow)$ Рассмотрим произвольное $\langle w,\ d\rangle \in L(TS')$ и (C', δ'), такое что $(C_0', \delta_0') \overset{\langle w,\ d\rangle}{\Longrightarrow} (C', \delta')$ и $(C', \delta') \not\xrightarrow{\mathcal{I}}$. Согласно Определению 3 нам надо показать, что существует $(C, \delta) \in ST(TS)$, такая что $(C_0,\delta_0) \overset{\langle w,\ d\rangle}{\Longrightarrow} (C,\delta) \not\xrightarrow{\mathcal{I}}$ и $S((C,\delta))|_{Act} \subseteq S((C',\delta'))|_{Act}$, $S((C',\delta'))|_{\mathbf{R}^+} = \emptyset \Rightarrow S((C,\delta))|_{\mathbf{R}^+} = \emptyset$.

Согласно Лемме 4, $\langle w,\ d\rangle \in L(TS)$. Используя Лемму 3, мы можем найти μ, Q и u', такие что μ достижимо посредством $\langle w,\ d\rangle$, согласованным с путем из Q_0 в Q, $u'|_{RC([\mu])} = \Delta_{[\mu]}$ и $(C', \delta'\ u') \models_{\mathcal{D}} \psi_Q$. Согласно Утверждению 1 и Следствию 1 существует $R \in Q$, такой что $R \not\xrightarrow{\mathcal{I}}$ и $\mu_1 \in R$, достижимое посредством $\langle w,\ d\rangle$, согласованным с путем из Q_0 в Q. Тогда из построения подформулы $ACC(Q)$ формулы ψ_Q и Леммы 1 следует существование $(C, \delta) \in \mu_1$, такого что $(C, \delta) \not\xrightarrow{\mathcal{I}}$, и $S((C,\delta))|_{Act} \subseteq S((C',\delta'))|_{Act}\ \wedge S((C',\delta'))|_{\mathbf{R}^+} = \emptyset \Rightarrow S((C,\delta))|_{\mathbf{R}^+} = \emptyset$.

$(\Rightarrow)$ Доказателсвьо проводится по шагам построения подформул формулы F_{TS}^{must}. $\square$

7. ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ ВРЕМЕННЫЕ СТРУКТУРЫ СОБЫТИЙ

Теперь рассмотрим детерминированную модель, в которой у невидимых действий может быть непрерывный интервал срабатывания. В этой модели, чтобы избежать возникновения различных классов, достижимых одним временным словом, мы внесем изменения в понятие состояния. А именно, включаем в него дополнительное множество событий (*игнорируемых событий*), которые становятся готовыми к срабатыванию после выполнения невидимых действий. Это множество не будет влиять на переход из одного состояния ВСС в другое, т.е. на $\xrightarrow{z}$ на состояниях, но будет учитываться при определении отношения перехода в графе классов.

Временная структура событий TS называется *детерминированной*, если $\forall e, e' \in E\ .\ (e \ \# \ e') \vee (e \smile e') \Longrightarrow (l(e) \neq l(e')) \vee (time(e) \cap time(e') = \emptyset)$. Пусть $\mathcal{DE}_\tau$ обозначает класс детерминированных временных структур событий.

Таим образом, TS_2, TS'_2 и TS'_3 на рис. 2 не являются детерминированными. Пример детерминированной временной структуры событий показан на рис. 1 и рис. 5.

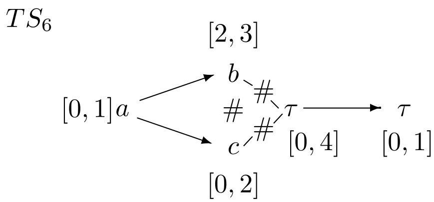

Рис. 5. Детерминированная временная структура событий

Далее в этой главе полагаем $TS \in \mathcal{DE}_\tau$.

Теперь внесем дополнения в определение состояния TS. *Состоянием* TS является тройка $M = (C, \delta, I)$, где $I \subset E$. *Начальным состоянием* TS будет $M_{TS} = (C_0, \delta_0, I_0) = (\emptyset, 0, \emptyset)$.

Пусть $M_1 = (C_1, \delta_1, I_1), M_2 = (C_2, \delta_2, I_2) \in ST(TS)$, такие что M_1 — не заключительное состояние. Тогда в процессе выполнения множества I_1 и I_2 связываются следующим образом:

если $M_1 \xrightarrow{e} M_2$, то

$$I_2 \begin{cases} I_1 \cup En(C_2) \setminus En(C_1), \quad \text{если } l(e) = \tau; \\ I_1 \cup \{e_1 \in En(C_2) \setminus En(C_1) \mid \exists e' \in {}^\bullet e_1 \ . \ l(e') = \tau \ \wedge \\ sup(D(e')) \neq inf(D(e')) \wedge \ time(e) \cap time(e') \neq \emptyset\}, \\ \text{ в остальных случаях;} \end{cases}$$

если $M_1 \xrightarrow{d} M_2$, то $I_2 = I_1$.

Так как для данной модели мы не используем понятия обобощенного состояния, то и отношение $\simeq$, понятия региона и графа регионов остаются такими, как были определены в гл. 5.

Лемма 5. *Let* $R \in V_{RG}$. *Then* $\forall M, \ M' \in R \ S(M) \mid_{Act_\tau} \ (M') \mid_{Act_\tau} \wedge \ S(M) \mid_{\mathbf{R}^+} = \emptyset \iff S(M') \mid_{\mathbf{R}^+} = \emptyset$.

7.1. Добавление часов

Добавление часов и других информационных полей в регионы проводится также, как и в случае τ-дискретных ВСС. Также как и в предыдущей главе, каждому региону R_i сопоставим собственные часы x_{R_i} из счетного множества X.

Также, каждому региону R сопоставим $T = (RC(R), M_R, \sigma_R, \Delta_R)$, где $RC(R)$ — множество часов, $M_R = (C, \delta, I) \in R$ — представитель региона, функция $\sigma_R : RC(R) \longrightarrow E$ сопоставляет некое событие из E всем часам из $RC(R)$, $\Delta_R : RC(R) \longrightarrow \mathbf{R}_0^+$ — означивание часов.

Изначально, $RC(R_0) = \{x_0\}$ и M_{TS} будет представителем R_0, $\sigma_{R_0}(x_0) = e$ для $e \in En(C_0)$, $\Delta_{R_0}(x_0) = 0$. Для остальных $R \in RG(TS)$ $RC(R) = \emptyset$ и произвольное $M \in R$ в качестве представителя, $\sigma_R \equiv \emptyset$. Тогда при переходе из региона в регион мы добавляем x_R в $RC(R)$, если после выполнения некоторого видимого действия получаем $M = (C, \delta, I) \in R$, и некоторые события становятся готовыми к срабатыванию в C. Такие события сопоставляются часам x_R. Более формально:

- $(R, T) \xrightarrow{z} (R', T')$ $(z \in Act_\tau)$, если $R \xrightarrow{z} R'$ (пусть $M_R \xrightarrow{z} \widetilde{M}$ для $\widetilde{M} \in R'$) и множество $RC(R')$ изменяется в два шага:
  1. $RC(R') = RC(R') \cup RC(R)$;
  2. $RC(R') = RC(R') \cup \{x_{R'}\}$, если $\exists e \in En(\widetilde{M}) \setminus En(M_R) \ \wedge \ e \notin \widetilde{I} \wedge \forall e' \in (C \cup En(C)) \setminus \widetilde{I} \ \{\delta(e')\} \neq 0$.

  а $\sigma_{R'}$ изменяется следующим образом:
  1. для всех $x \in RC(R') \cap RC(R)$ $\sigma_{R'}(x) = \sigma_R(x)$;

2. если $x_{R'} \in RC(R')$, то $\sigma_{R'}(x_{R'}) = En(\widetilde{C}) \setminus (En(C) \cup \widetilde{I})$.

- $(R,T) \xrightarrow{\chi} (R',T')$, если $R \xrightarrow{\chi} R'$ (пусть $M_R \xrightarrow{d} \widetilde{M}$ для $d \in \mathbf{R}^+$ и $\widetilde{M} \in R'$) и $RC(R') = RC(R') \cup RC(R)$.

Означивание для часов Δ_R определяется как: $\Delta_R(x) = \delta_{M_R}(\sigma_R(x))$ для $x \in RC(R)$.

В дальнейшем будем использовать простую запись R вместо (R,T).

7.2. Граф классов

Понятия класса и графа классов будет немного отличаться от определенных ранее. Мы разделим переход по $\xrightarrow{\chi}$ между регионами на два вида. И если два региона, связанные таким переходом, будут совпадать на неигнорируемых событиях, то они будут включаться в один класс.

Пусть $RG(TS) = (V_{RG}, E_{RG}, l_{RG})$, $R = [M = (C,\delta,I)] \in V_{RG}$, тогда $\delta\rceil_I$ обозначает $\delta\mid_{E\setminus I}$.

Для регионов $R \xrightarrow{\chi} R_1$ используем запись $R \xrightarrow{\chi_0} R_1$, если для всех $M = (C,\delta,I) \in R$ и $M_1 = (C_1,\delta_1,I_1) \in R_1$ $(C,\delta\rceil_I, I) \simeq (C_1,\delta_1\rceil_{I_1}, I_1)$. Иначе, пишем $R \xrightarrow{\chi_1} R_1$. Таким образом, мы различаем изменения значений для событий из I относительно ограничений региона.

Пусть $Q \subseteq V_{RG}$. Классом TS называется множество $Q^{\tau\chi} = \{R' \in V_{RG} \mid \exists R \in Q\ .\ R \overset{\chi_0}{\Rightarrow} R'\}$.

Пусть $Q_0 = \{R_0\}^{\tau\chi}$, и $Der(Q,\ z) = \bigcup_{R\in Q} Der(R,\ z)$ для $z \in Act \cup \{\chi_1\}$.

Для классов Q, Q_1 и $z \in Act \cup \{\chi_1\}$ *отношение перехода на классах* определим следующим образом: $Q \xrightarrow{z} Q_1$, если $Q_1 = (Der(Q,\ z))^{\tau\chi}$.

В дальнейшем нам будут полезны следующие обозначения. $S(Q) = \{z \in Act \cup \{\chi_1\} \mid\ Q \xrightarrow{z}\}$, $QC(Q) = \bigcup_{R\in Q} RC(R)$.

Определение 12. Графом классов *TS называется помеченный ориентированный граф $CG(TS) = (V_{CG}, E_{CG}, l_{CG})$. Множеством вершин V_{CG} является множество достижимых классов TS, E_{CG} — отношение перехода на классах V_{CG}, $l_{CG} : E_{CG} \longrightarrow (Act \cup \{\chi_1\})$ — помечающая функция.*

Также с поправкой на новое определение класса изменяется и понятие достижимости состояния посредством временного слова.

Определение 13. *Пусть $\langle w, d\rangle \in L(TS)$ и $CG(TS) = (V_{CG},\ E_{CG},\ l_{CG})$. Пусть $p = Q_0\ \ldots\ Q$ — путь в $CG(TS)$. Тогда $M \in ST(TS)$*

называется достижимым *посредством временного слова* $\langle w,d\rangle$, согласованного с p, *если* $[M]\in Q$

- *и либо* $p=Q_0$ *and* $\langle w,d\rangle=\langle\epsilon,0\rangle$,
- *либо* $p=p_1\xrightarrow{z}Q$ *и существует* $M_1\in ST(TS)$ *достижимое посредством* $\langle w',d'\rangle$, *согласованного с* p_1,
  - *и либо* $z=a\in Act$, $M_1\overset{a}{\Rightarrow}\overset{d''}{\Rightarrow}M$, *и* $\langle w,d\rangle\langle w'a(d'-\triangle(w')),d'+d''\rangle$ *для некоторого* $d''\in\mathbf{R}_0^+$,
  - *либо* $z=\chi_1$, $M_1\overset{d''}{\Rightarrow}M$, *и* $\langle w,d\rangle=\langle w',d'+d''\rangle$ *для некоторого* $d''\in\mathbf{R}^+$.

Лемма 6. *Пусть* $\langle w,d\rangle\in L(TS)$, $M\in ST(TS)$, $Q\in CG(TS)$ *и* $p=Q_0\ \ldots\ Q$ *путь в* $CG(TS)$, *такие что* M *достижимо посредством* $\langle w,d\rangle$, *согласованным с* p. *Тогда*

(а) для любого $M_1\in ST(TS)$ *такого, что* $M_{TS}\overset{\langle w,d\rangle}{\Longrightarrow}M_1$, *верно, что* M_1 *достижимо посредством* $\langle w,d\rangle$, *согласованного с* p.

(б) $\forall R\ \overset{\mathcal{T}}{\not\to}\in Q\ \exists M_1\in ST(TS)\ .\ M_{TS}\overset{\langle w,d\rangle}{\Longrightarrow}M_1\ \overset{\mathcal{T}}{\not\to}$ *и* $S(M_1)\mid_{Act}\subseteq S(M_R)\mid_{Act}\ \wedge\ S(M_1)\mid_{\mathbf{R}^+}=\emptyset\iff S(M_R)\mid_{\mathbf{R}^+}=\emptyset$.

Доказательство.
(а) Пусть выполнены все условия Леммы, проведем доказательство индукцией по длине временного слова $\langle w,d\rangle$.

- $\langle w,d\rangle\ =\langle\epsilon,0\rangle$. Тогда $p=Q_0$ и из определения класса получаем, что любое состояние M_1 такое, что $M_{TS}\overset{\epsilon}{\Rightarrow}M_1$, будет также достижимо посредством $\langle\epsilon,0\rangle$, согласованным с p.
- $\langle w,d\rangle\ =\langle\epsilon,d\rangle$. Без потери общности можем предположить, что $M_{TS}\xrightarrow{d}\overline{M}\overset{\epsilon}{\Rightarrow}M$ и $0<d<1$. Тогда $[M_{TS}]\xrightarrow{\chi_1}[\overline{M}]\overset{\epsilon}{\Rightarrow}[M]$, $p=Q_0\xrightarrow{\chi}Q$, и $[\overline{M}]$, $[M]\in Q$.

  Пусть $M_{TS}\xrightarrow{d_1}\overline{M}_1\overset{\epsilon}{\Rightarrow}\widehat{M}_1\xrightarrow{d_2}\overline{M_2}\overset{\epsilon}{\Rightarrow}\widehat{M}_2\cdots\xrightarrow{d_n}\overline{M}_n\overset{\epsilon}{\Rightarrow}M_1$, где $\sum_{i=1}^{n}d_i=d$. Очевидно, $[M_{TS}]\xrightarrow{\chi_1}[\overline{M}_1]\overset{\epsilon}{\Rightarrow}[\widehat{M}_1]$, и $[\overline{M}_1]$, $[\widehat{M}_1]\in Q$. Так как $M_{TS}\overset{\langle\epsilon,d_1\rangle}{\Longrightarrow}\overline{M}_1$ и $M_{TS}\overset{\langle\epsilon,d_1\rangle}{\Longrightarrow}\widehat{M}_1$, то $\hat{\delta}_1(e)=\bar{\delta}_1(e)$ для всех событий e, за исключением $e'\in En(\widehat{C}_1)\setminus En(\overline{C}_1)$. Для них $\hat{\delta}_1(e')=0$, кроме того, по определению игнорируемых множеств, $e'\in\hat{I}_1$. Отсюда, с учетом того что $d_1,d_2,d_1+d_2\in(0,\ 1)$, следует $\overline{M}_2\in[\widehat{M}_1]$ (в случае $\hat{I}_1=\emptyset$) или $[\widehat{M}_1]\xrightarrow{\chi_0}[\overline{M}_2]$. Значит $[\overline{M}_2]\in Q$. Продолжая рассуждения подобным образом для d_i, $2\le i\le n$, получим, что $[M_1]\in Q$.
- Предположим, что для некоторого $\langle w',d'\rangle$ Лемма доказана.

- Пусть $\langle w,d\rangle = \langle w',d'+d''\rangle$. Пусть $M_{TS} \overset{\langle w',d'\rangle}{\Longrightarrow} \overline{M} \overset{d''}{\Rightarrow} M = (C,\delta,I)$ для некоторого $\overline{M} = (\overline{C},\overline{\delta},\overline{I})$, и пути $p_1 = Q_0 \dots \overline{Q}$, $p = p1 \overset{\chi^*}{\to} Q$ в графе классов таковы, что M достижимо посредством $\langle w,d\rangle$, согласованного с p, и $\overline{M}$ достижимо посредством $\langle w',d'\rangle$, согласованного с p_1. Без потери общности можем предположить, что $\overline{M} \overset{d''}{\to} \widehat{M} = (\widehat{C},\hat{\delta},\hat{I}) \overset{\epsilon}{\Rightarrow} M$, и возможны только три следующих случая:
  1) $\widehat{M} \in [\overline{M}]$ (и, значит, $\overline{Q} = Q$), либо
  2) $[\overline{M}] \overset{\chi_0}{\to} [\widehat{M}]$ (и $\overline{Q} = Q$), либо
  3) $[\overline{M}] \overset{\chi_1}{\to} [\widehat{M}_1]$ (и $\overline{Q} \overset{\chi}{\to} Q$).

  Рассмотрим произвольное $M_1 = (C_1,\delta_1,I_1)$, такое что $M_{TS} \overset{\langle w,d\rangle}{\Longrightarrow} M_1$. Пусть $M_{TS} \overset{\langle w',d'\rangle}{\Longrightarrow} \overline{M_1} \overset{d''}{\Rightarrow} M_1$ для некоторого $\overline{M}_1$. Тогда по предположению индукции $[\overline{M}_1] \in \overline{Q}$.

  Пусть $\overline{M}_1 \overset{d''}{\Rightarrow} M_1$ представляется как $\overline{M}_1 \overset{d''_1}{\to} \widehat{M}_1 \overset{\epsilon}{\Rightarrow} \overline{M}_2 \overset{d''_2}{\to} \widehat{M}_2 \overset{\epsilon}{\Rightarrow} \overline{M}_3 \cdots \overset{d''_k}{\to} \widehat{M}_k \overset{\epsilon}{\Rightarrow} M_1$ для некоторых $\overline{M}_i = (\overline{C}_i,\overline{\delta}_i,\overline{I}_i)$, $\widehat{M}_i = (\widehat{C}_i,\hat{\delta}_i,\hat{I}_i)$ $(1 \le i \le k)$, где $\sum_{i=1}^{k} d''_i = d''$ и $d''_i > 0$.
  Пусть $\langle w',d'\rangle$ $\langle a_1(d_1)a_2(d_2)\dots a_n(d_n), \sum_{i=1}^{n} d_i + d_{n+1}\rangle$. Из свойства детерминированности следует, что каждому действию a_i соответствует только одно событие e^i. Отсюда получаем $C\mid_{Act} = \overline{C}\mid_{Act} = \overline{C}_1\mid_{Act} = C_1\mid_{Act}$.
  Кроме того, $\overline{\delta}(e) = \overline{\delta}_1(e)$ для $e \notin \overline{I} \cup \overline{I}_1$, и $\delta(e) = \delta_1(e)$ для $e \notin I \cup I_1$. Заметим, что $\overline{I} \subseteq I$ и $\overline{I}_1 \subseteq I_1$. Так как $e \in I \setminus \overline{I} \cup I_1 \setminus \overline{I}_1$ не влияют на отношение $\simeq$ и $\overset{\chi_1}{\to}$, то можно считать $I = \overline{I}$, $I_1 = \overline{I}_1$.
  Рассмотрим три упомянутых выше случая взаимосвязи $\widehat{M}$ и $[\overline{M}]$.
  1. $\widehat{M} \in [\overline{M}]$. Это означает, что $\widehat{M} = (\overline{C},\overline{\delta}+d'',I) \simeq \overline{M}$. Так как $\overline{\delta}\rceil_{I\cup I_1}\overline{\delta_1}\rceil_{I\cup I_1}$, то $\overline{\delta_1}\rceil_{I\cup I_1} \simeq (\overline{\delta}_1 + d''\rceil_{I\cup I_1})$.

     Следовательно, это верно и для d''_i, $1 \le i \le k$, и $[\overline{M}_1] \overset{\chi_0^*}{\Rightarrow} [M_1]$. Таким образом, $[M_1] \in Q$, и M_1 достижимо посредством $\langle w,d\rangle$, согласованного с p.
  2. $[\overline{M}] \overset{\chi_0}{\to} [\widehat{M}]$. Рассуждениями, аналогичными предыдущему случаю, приходим к требуемому результату.
  3. $[\overline{M}] \overset{\chi_1}{\to} [\widehat{M}]$. Это означает, $[(\overline{C},\overline{\delta}\rceil_I,I)] \overset{\chi}{\to} [(\overline{C},(\overline{\delta}+d'')\rceil_I,I)]$. Из определения $\overset{\chi}{\to}$ на регионах следует $(\overline{C},\overline{\delta}\rceil_I,I) \not\simeq (\overline{C},(\overline{\delta}+d'')\rceil_I,I)$, и для всех $0 < \overline{d} \le d''$ выполняется $[(\overline{C},(\overline{\delta}+\overline{d})\rceil_I,I)] \in$

$[(\overline{C},\overline{\delta}\rceil_I, I)] \cup [(\overline{C},(\overline{\delta}+d'')\rceil_I, I)]$.

Из равенства $\overline{\delta}\ |_{I\cup I_1} = \overline{\delta}_1\ |_{I\cup I_1}$ получаем $(\overline{C}_1,\overline{\delta}_1\rceil_{I\cup I_1}, I_1) \not\simeq (\overline{C}_1,(\overline{\delta}_1+d'')\rceil_{I\cup I_1}, I_1)$ и $\forall 0<\overline{d}\le d''$ $[(\overline{C}_1,(\overline{\delta}_1+\overline{d})\rceil_{I\cup I_1}, I_1)] \in [(\overline{C}_1,\overline{\delta}_1\rceil_{I\cup I_1}, I_1)] \cup [(\overline{C}_1,(\overline{\delta}_1+d'')\rceil_{I\cup I_1}, I_1)]$.

Применяя рассуждения, аналогичные двум предыдущим случаям, можем найти k_1, такое что

$(\widehat{C}_{k_1},(\overline{\delta}_1+\sum_{i=1}^{k_1} d''_i)\rceil_{I\cup I_1}, I_1) \in [(\overline{C}_{k_1},\overline{\delta}_1\rceil_{I\cup I_1}, I_1)$ и

$(\widehat{C}_{k_1+1},(\overline{\delta}_1+\sum_{i=1}^{k_1+1} d''_i)\rceil_{I\cup I_1}, I_1) \notin [(\overline{C}_{k_1+1},\overline{\delta}_1\rceil_{I\cup I_1}, I_1)]$.

Так как $\sum_{i=1}^{k_1+1} d''_i \le d''$, то $\widehat{M}_{k_1+1} \in [(\widehat{C}_{k_1+1},(\overline{\delta}_1+d'')\rceil_{I\cup I_1}, I_1)]$.

Таким образом, $[\overline{M}_1] \overset{\chi_0^*}{\Rightarrow} [\overline{M}_{k_1+1}] \overset{\chi_1}{\Rightarrow} [\widehat{M}_{k_1+1}] \overset{\chi_0^*}{\Rightarrow} [M_1]$.

□

Теперь предположим, что мы бы использовали определение класса как обычное τ-замыкание, и рассмотрим пример, который можем получить в таком случае. В графе классов для временных струкутур событий TS_6 (см. рис. 5) будут существовать вершины Q и Q_1, содержащие регионы $[M] \in Q$ ($[M_1] \in Q_1$), такие что M(M_1, соответственно) достижимы временным словом $\langle \epsilon(1), 1\rangle$, согласованным с путем из Q_0 в Q (в Q_1, соответственно).

Эта ситуация получается из-за уже рассмотренных в гл. 5 причин, потому что в TS_6 может выполниться действие τ во время $0 < d < 1$, и может пройти только время d. Это влечет существование различных путей в графе регионов $RG(TS_6)$ из R_0 в регионы, которые включают состояния, достижимые временным словом $\langle \epsilon(1), 1\rangle$. Таким образом, при построении графа классов эти регионы войдут в разные классы.

Поэтому, для избежания таких случаев в данной модели, мы и определили класс как τ- и χ_0-замыкание.

7.3. Построение формулы

Теперь мы можем перейти к построению формул для классов. Общий вид формул и подформул будет похож на формулы для τ-дискретных ВСС. Мы будем использовать обозначения $Q \xrightarrow{a} Q_a$ и $Q \xrightarrow{\chi_1} Q_\chi$, также будем заключать в $\langle\!\langle$ и $\rangle\!\rangle$ необязательные части формулы. Всем часам $x_i \in QC(Q)$ соответствуют формульные часы $\hat{x}_i$. Кроме того, полагаем $\widehat{Q} = \{R \mid R \in Q,\ R \not\xrightarrow{\mathcal{I}}\}$.

$$\begin{array}{rl} F_Q = & \forall\!\!\!\forall \beta(Q) \Rightarrow\ \psi_Q; \\ \psi_Q = & \bigwedge_{a \notin S(Q)|_{Act}} [a] f\!f \ \wedge \\ & \bigwedge_{a \in S(Q)|_{Act}} [a](\langle\!\langle XQ_a\ in \rangle\!\rangle\ \widehat{F}_{Q_a}) \ \wedge \\ & \langle\!\langle \forall\!\!\!\forall \beta^{>}(Q) \Rightarrow F_{nil} \rangle\!\rangle\ \wedge\ \langle\!\langle F_{Q_\chi} \rangle\!\rangle \ \wedge \\ & (ACC(Q)\ \vee\ \langle \tau \rangle t\!t); \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} (\text{неформально, } \psi_Q = & \left[\begin{array}{l}\text{часть для действий, которые} \\ \text{не могут выполниться в } Q\end{array}\right] \wedge \\ & \left[\begin{array}{l}\text{часть для действий, которые} \\ \text{могут выполниться в } Q\end{array}\right] \wedge \\ & \langle\!\langle\ Q_\chi \text{ не существует}\rangle\!\rangle\ \wedge\ \langle\!\langle\ Q_\chi \text{ существует}\rangle\!\rangle \ \wedge \\ & [\ \text{моделирование } Acc(TS, \langle w, d \rangle)]). \end{array}$$

$$\widehat{F}_Q = \begin{cases} F_Q, & \text{если } \exists R \in Q\ \wedge\ \exists M \in R\ \exists d \in \mathbf{R}^+\ .\ M_R \xrightarrow{d} M, \\ \psi_Q, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Условия $\beta(Q) = \bigvee_{R \in Q} \beta(R)$ должны выполняться только для значений часов регионов из Q. Их построение проводим следующим образом:

1) $\beta(R) = t\!t$;

2) для $x_i, x_j (x_i \neq x_j) \in RC(R)$ полагаем $\lfloor \Delta_R(x_i) \rfloor = a$, $\lfloor \Delta_R(x_j) \rfloor = b$, тогда

$$\beta(R) = \beta(R) \wedge \begin{cases} \hat{x}_i = a, & \text{если } \Delta_R(x_i) \lfloor \Delta_R(x_i) \rfloor, \\ a < \hat{x}_i < a+1, & \text{в остальных случаях;} \end{cases}$$

3) $$\beta(R) = \beta(R) \wedge \begin{cases} \hat{x}_i + b = \hat{x}_j + a, & \text{если } \{\Delta_R(x_i)\}\{\Delta_R(x_j)\}, \\ \hat{x}_i + b < \hat{x}_j + a, & \text{если } \{\Delta_R(x_i)\} < \{\Delta_R(x_j)\}, \\ \hat{x}_i + b > \hat{x}_j + a, & \text{если } \{\Delta_R(x_j)\} < \{\Delta_R(x_i)\}. \end{cases}$$

Условия $\beta^{>}(Q)$ выполняются, если значения формульных часов больше, чем соответствующих часов регионов из Q. Для каждого региона $R \in Q$ условия $\beta^{>}(R)$ строим следующим образом:

$$\beta^{>}(R) = \begin{cases} \beta(R)\ \vee\ \bigvee_{x_i \in RC(R)} \hat{x}_i \geq \lceil \Delta_R(x_i) \rceil, & \text{если } M_R \text{ — заключительное,} \\ \bigvee_{\{x_i \in RC(R) \mid \{\Delta_R(x_i)\} = 0\}} \hat{x}_i > \lceil \Delta_R(x_i) \rceil\ \vee & \\ \bigvee_{\{x_i \in RC(R) \mid \{\Delta_R(x_i)\} \neq 0\}} \hat{x}_i \geq \lceil \Delta_R(x_i) \rceil, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Далее мы рассмотрим подформулы ψ_Q и условия их включения в ψ_Q:

- $XQ_a = \{\hat{x} \mid x \in QC(Q_a) \setminus QC(Q)\}$ включается, если не пусто;
- $\forall\!\!\!\forall \beta^{>}(Q) \Rightarrow F_{nil}$ включается в ψ_Q, если класс Q_χ не существует;
- F_{Q_χ} включается в ψ_Q, если класс Q_χ существует;
- $ACC(Q) = \bigvee_{R \in Q_{vis}} \big((\bigwedge_{a \in S(M_R)} \langle a \rangle tt) \ \wedge\ \langle\!\langle \chi_{M_R} \rangle\!\rangle \ \wedge\ \langle\!\langle F_{nil} \rangle\!\rangle\big)$;
- $F_{nil} = \bigwedge_{a \in Act} [a] ff$ включается в $ACC(Q)$ для всех $R \in Q_{vis}$, таких что $S(M_R) \mid_{Act} = \emptyset$, т.е. ни одно действие не может выполниться в этом регионе;
- $\chi_M \begin{cases} \exists\!\!\!\exists \beta(Q_\chi) \Rightarrow (\bigwedge_{a \in S(M)} \langle a \rangle tt), & \text{если } S(M) \mid_{Act} \neq \emptyset, \\ \exists\!\!\!\exists \beta^{>}(Q) \Rightarrow (\bigvee_{a \in Act_\tau} \langle a \rangle tt), & \text{в остальных случаях;} \end{cases}$
- χ_{M_R} включается в $ACC(Q)$ для всех $R \in \hat{Q}$, таких что $S(M_R) \mid_{\mathbf{R}^+} \neq \emptyset$, т.е. некоторое количество времени может пройти в состояниях из R.

Для детерминированной временной структуры событий TS *характеризационной must-формулой* называется формула $F_{TS}^{must} = \hat{x}_0\ in\ F_{Q_0}$.

Как пример приведем часть характеризационной $must$-формулы для TS_1 на рис. 1. Полагаем $Act = \{a,\ b\}$.

$$\begin{aligned}
F_{TS_1}^{must} &= \hat{x}_0\ in\ \Big(\forall\!\!\!\forall\ \hat{x}_0 = 0 \Rightarrow \big[[b]ff \wedge [a]\psi_{Q_1} \wedge (ACC_a \ \vee\ \langle\tau\rangle tt) \wedge F_{Q_7}\big]\Big), \\
\psi_{Q_1} &= [a]ff \ \wedge\ [b]\psi_{Q_3} \ \wedge\ (ACC_0 \ \vee\ \langle\tau\rangle tt) \ \wedge\ F_{Q_2}, \\
\psi_{Q_3} &= [a]ff \ \wedge\ [b]ff \ \wedge\ (ACC_0 \ \vee\ \langle\tau\rangle tt) \ \wedge\ (\forall\!\!\!\forall\ \hat{x}_0 \geq 0 \Rightarrow F_{nil}), \\
F_{Q_7} &= \forall\!\!\!\forall\ 0 < \hat{x}_0 < 1 \Rightarrow \big[[b]ff \wedge [a]\ \hat{x}_1\ in\ \psi_{Q_8} \wedge (ACC_a \vee \langle\tau\rangle tt) \wedge F_{Q_{14}}\big], \\
ACC_0 &= F_{nil}, \\
ACC_a &= \langle a \rangle tt, \\
F_{nil} &= [a]ff \ \wedge\ [b]ff.
\end{aligned}$$

Для модели детерминированных ВСС мы также формулируем леммы и теорему, устанавливающие взаимосвязь между временными тестовыми предпорядкми и характеризационными формулами. Полагаем $\mathcal{D}$, соответствующим определению F_Q для каждого класса Q из $V_{CG(TS)}$. Доказательства приводимых утверждений подобны доказательствам для модели τ-дискретных ВСС, и здесь мы их опускаем.

Лемма 7. *Пусть* $TS \in \mathcal{DE}_\tau$, $TS' \in \mathcal{E}_\tau$. *Пусть* $(C'_0, \delta'_0\ u) \models_{\mathcal{D}} F_{TS}^{must}$, *где* $(C'_0, \delta'_0) = M_{TS'}$, $u \equiv 0$. *Для* $\langle w,\ d \rangle \in L(TS) \cap L(TS')$ *и* $(C'_0, \delta'_0) \overset{\langle w,\ d\rangle}{\Longrightarrow} (C', \delta')$ *верно, что* $(C', \delta'\ u') \models_D \psi_Q$, *где* Q *и* u' *таковы, что существует* M *достижимое* $\langle w,\ d \rangle$, *согласованным с путем из* Q_0 *в* Q *графе классов для* TS, *и* $u' \mid_{RC([M])} \equiv \Delta_{[M]}$.

Лемма 8. *Пусть* $TS \in \mathcal{DE}_\tau$, $TS' \in \mathcal{E}_\tau$. *Пусть* $(C'_0, \delta'_0\ u) \models_{\mathcal{D}} F_{TS}^{must}$, *где* $(C'_0, \delta'_0) = M_{TS'}$, $u \equiv 0$. *Тогда* $L(TS') \subseteq L(TS)$.

Теорема 2. *Пусть* $TS \in \mathcal{DE}_\tau$, $TS' \in \mathcal{E}_\tau$. $TS \leq_{must} TS' \iff TS' \models_\mathcal{D} F_{TS}^{must}$.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой статье мы рассмотрели два подкласса временных структур событий: модель с дискретными невидимымми действиями и детерминированную модель с непрерывными невидимыми действиями. Для каждой модели был предложен способ построения логической формулы, характеризующей временную структуру событий с точностью до временных *must*-предпорядков. При этом проверка формулы на модели (model-checking) может производиться для всего класса временных структур событий, ограничения до подклассов было необходимо только для построения формулы.

В подклассе с дискретными невидимыми действиями были определены обобщенные состояния, и понятие региона изменено в соответствии с ними. В подклассе детерминированных временных структур событий выделено специальное множество игнорируемых событий — событий, имеющих невидимое действие в качестве непосредственного предшественника. Мы не учитываем изменения временной функции для таких событий при определении графа классов. Сделано это было потому, что для построения формулы нам было необходимо, чтобы состояния, достижимые одним и тем же временным словом, относились к одному классу.

Такой же принцип может быть использован и для построения характеризационной формулы для предпорядков *may*-предпорядков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Боженкова Е.Н., Вирбицкайте И.Б.** Исследование отношений эквивалентности для структур событий с непрерывным временем // Программирование. — 2000. — N. 5. — 18–30.
2. **Aceto L., De Nicola R., Fantechi A.** Testing equivalences for event structures // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 1987. — Vol. 280. — P. 1–20.
3. **Alur R.** Timed automata // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 1999. — Vol. 1633. — P. 8–22.
4. **Alur R., Dill D.** The theory of timed automata // Theoretical Comput. Sci. — 1994. — Vol. 126. — P. 183–235.
5. **Andreeva M.V., Bozhenkova E.N., Virbitskaite I.B.** Analysis of timed concurrent models based on testing equivalence // Fundamenta Informaticae. — 2000. — Vol. 43. — P. 1–20.

6. **Behrmann G., Larsen K.G., Pearson J., Weise C., Yi W.** Efficient timed reachability analysis using clock difference diagrams // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 1999. — Vol. 1633. — P. 341–353.
7. **Bozhenkova E.N.** Towards decidability of timed testing // Joint NCC& IIS Bull., Comp.Science. — Novosibirsk, 2001. — N. 15. — P. 17–29.
8. **Bihler E., Vogler W.** Timed Petri nets: efficiency of asynchronous systems // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 2004. — Vol. 3185. — P. 25–58.
9. **Brinksma E.** Formal methods for conformance testing: theory can be practical// Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 1999. — Vol. 1633. — P. 44–46.
10. **Castellani I., Hennessy M.** Testing theories for asynchromous langugages // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 1998. — Vol. 1530. — P. 90–101.
11. **Cleaveland R., Hennessy M.** Testing equivalence as a bisimulation equivalence // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 1989. — Vol. 407. — P. 11–23.
12. **Cleaveland R., Lee I., Lewis P.M., Smolka S.A.** A Theory of Testing for Soft Real Time Processes // Proc. 8th Int. Conf. Software Engineering and Knowledge Engineering, SEKE'96, Lake Tahoe, Nevada, USA, June 1996. — P. 474–479.
13. **Corradini F., Vogler W, Jenner L.** Comparing the Worst-Case Efficiency of Asynchronous Systems with PAFAS. — Augsburg, 2000. — (Tech. Rep. / Inst. fur Informatik / Univ. of Augsburg; N 2000-6).
14. **De Nicola R., Hennessy M.** Testing equivalence for processes // Theoretical Comput. Sci. — 1984. — Vol. 34. — P. 83–133.
15. **Goltz U., Wehrheim H.** Causal testing // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 1996. — Vol. 1113. — P. 394–406.
16. **Hennessy M., Regan T.** A process algebra for timed systems // Inform. and Comput. — 1995. — Vol. 117. — P. 221–239.
17. **Khoumsi A.** A method for testing the conformance of real time systems // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 2002. — Vol. 2469. — P. 331–251.
18. **Kumar K.N., Cleaveland R., Smolka S.A.** Infinite probabilistic and nonprobabolostic testing // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 1998. — Vol. 1530. — P. 209–220.
19. **Llana L., de Frutos D.** Denotational semantics for timed testing // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 1997. — Vol. 1231. — P. 368–382.
20. **Laroussinie F., Larsen K.L., Weise C.** From timed automata to logic — and back. — Århus, 1995. — (Tech. Rep. / BRICS, Dept. Comput. Sci., Univ. of Århus; N RS-95-2).
21. **López N., Núñez M.** A Testing Theory for Generally Distributed Stochastic Processes // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 2001. — Vol. 2154. — P. 321–335.
22. **Nielsen B., Skou A.** Automated test generation from timed automata // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 2001. — Vol. 2031. — P. 343–357.
23. **Steffen B., Weise C.** Deciding testing equivalence for real-time processes with dense time // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin, 1993. — Vol. 711. — P. 703–713.
24. **Tretmans J.** Test generation with input, outputs and quiscene // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 1996. — Vol. 1055. — P. 127–146.
25. **Winskel G.** An introduction to event structures // Lect. Notes Comput. Sci. — Berlin etc., 1989. — Vol. 354. — P. 364–397.

Боженкова Е.Н.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕСТОВЫХ ОТНОШЕНИЙ ДЛЯ ВРЕМЕННЫХ СТРУКТУР СОБЫТИЙ

Препринт
129

Рукопись поступила в редакцию 12.11.2005
Рецензент Т. Г. Чурина
Редактор З. В. Скок

Подписано в печать 15.12.2005
Формат бумаги 60×84 1/16 Объем 2,0 уч.-изд.л., 2,3 п.л.
Тираж 60 экз.

ЗАО РИЦ “Прайс-курьер” 630090, г. Новосибирск, пр. Акад. Лаврентьева, 6,
тел. (383) 330 72 02