Российская академия наук
Сибирское отделение
Институт систем информатики
им. А. П. Ершова

Е. Н. Боженкова

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОСТНЫХ ОТНОШЕНИЙ СТРУКТУР СОБЫТИЙ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ

Препринт
75

Новосибирск 2000

В статье вводятся и исследуются варианты тестовых эквивалентностей для структур событий с дискретным временем. Устанавливается разрешимость проблемы их распознавания.

Siberian Division of the Russian Academy of Sciences
A. P. Ershov Institute of Informatics Systems

Elena N. Bozhenkova

THE INVESTIGATION OF THE EQUIVALENCES OF THE EVENT STUCTURES WITH DESCRETE TIME

Preprint
75

Novosibirsk 2000

The intention of the paper is to extend the testing methodology to a model of event structures with a discrete time domain. Alternative characterizations of time testing relations are provided. To achieve their decidability we have reduced timed testing relations to appropriate bisimulation one.

1. ВВЕДЕНИЕ

Понятие эквивалентности является важнейшим для любой теории систем. Поведенческие эквивалентности обычно используются при спецификации и верификации для сравнения поведения систем, а также упрощения их структуры. В настоящее время для параллельных/распределенных систем существует большое разнообразие эквивалентностных понятий, взаимосвязи между которыми хорошо изучены в литературе [8]. Наиболее известны два подхода — бисимуляционный [10, 13] и тестовый [7]. Две системы считаются бисимуляционно эквивалентными, если внешний наблюдатель не может обнаружить различий в поведении этих систем. На основе такого эквивалентностого понятия разработана элегантная математическая теория, одно из основных достижений которой — эффективные алгоритмы распознавания бисимуляции для систем с конечным числом состояний. При тестовом подходе поведение системы исследуется посредством набора тестов. Два процесса считаются тестово эквивалентными, если они могут или должны проходить один и тот же набор тестов. Такое эквивалентностное понятие привело к появлению математической теории, которая естественным образом объединяет эквивалентности и предпорядки. Однако разрешимость тестовой эквивалентности обычно достигается сведением ее к бисимуляционной [4].

В последнее десятилетие резко возрос интерес к разработке и исследованию распределенных систем, функционирующих в режиме реального времени. Поэтому в литературе были сделаны попытки ввести понятие времени в эквивалентностные отношения, чтобы позволить исследовать временные аспекты поведения систем. Например, в работе [6] вводятся понятия и характеризуются временные тестовые эквивалентности и предпорядки в контексте процессных алгебр.

Цель данной статьи состоит в разработке основы для построения временных тестовых эквивалентностей и предпорядков и исследовании их разрешимости в контексте более широкой модели — структур событий с дискретным временем. Структуры событий [14] — одна из популярных моделей с семантикой "истинного"параллелизма. Основное достоинство структур событий состоит в том, что они позволяют естественным образом описывать и изучать базовые отношения (причинной зависимости, параллелизма и недетерминированного выбора) между событиями системы. Тестовые эквивалентности и предпорядки в контексте структур событий были исследованы в работах [2, 9]. Так как классические модели структур событий не учитывают временные аспекты системного поведения, то в литературе был рассмотрен ряд временных расширений этих моделей [11, 12]. Однако такие временные структуры ориентированы на решение специальных проблем и, к сожалению, не пригодны для построения тестовых эквивалентностей. Поэтому в данной работе сначала вводятся структуры с временными дискретными интервалами на событиях, а затем делается решается проблему распознавания временной тестовой эквивалентности в контексте рассматриваемой модели.

Материал статьи разбит на части следующим образом. В разделе 2 вводятся основные понятия, связанные с временными структурами событий. В разделе 3 определяются временные тестовые предпорядки и эквивалентности. Понятия бисимуляций и пребисимуляций вводятся в разделе 4, где также дается их характеризация. В заключение приводится решение проблемы распознавания временных тестовых эквивалентностей и предпорядков посредством сведения ее к проблеме распознавания соответствующих бисимуляций и пребисимуляций.

2. ВРЕМЕННЫЕ СТРУКТУРЫ СОБЫТИЙ

Здесь вводится модель временных структур событий, которая является расширением модели Винскеля [14] за счет введения временных интервалов на события структуры.

Сначала определим понятие структуры событий. Для этого нам понадобятся следующие обозначения. Пусть Act — конечное множество действий и τ — невидимое действие, причем $\tau \notin Act$. Тогда $Act_\tau = Act \cup \{\tau\}$.

Определение 1. Структура событий*, помеченная над* Act_τ*, — это набор* $S = (E, \leq, \#, l)$*, где*

- E *— счетное множество событий;*
- $\leq \subseteq E \times E$ *— частичный порядок (отношение* причинной зависимости*), удовлетворяющий принципу* конечности причин*:* $\forall e \in E\ .\ \{e' \in E \mid e' \leq e\}$ *— конечное множество;*
- $\# \subseteq E \times E$ *— симметричное и иррефлексивное отношение (отношение* конфликта*), удовлетворяющее принципу* наследования конфликта*:* $\forall e, e', e'' \in E\ .\ e \# e' \leq e'' \ \Rightarrow\ e \# e''$ *;*
- $l : E \to Act_\tau$ *— помечающая функция, сопоставляющая каждому событию из* E *действие из* Act_τ*.*

Пусть $S = (E, \leq, \#, l)$ — структура событий. Далее, пусть $C \subseteq E$. Тогда C — *левозамкнутое*, если $\forall e, e' \in E\ .\ e \in C\ \wedge\ e' \leq e \Rightarrow e' \in C$;

C — *бесконфликтное*, если $\forall e,\ e' \in C\ .\ \neg(e \# e')$; C — *конфигурация в* S, если C — левозамкнутое и бесконфликтное множество. Множество всех конфигураций в S обозначается через $Conf(S)$. Для $C \in CONF(S)$ определим множество $En(C) = \{e \in E \mid C \cup \{e\} \in Conf(S)\}$.

В дальнейшем ограничимся рассмотрением конечных структур событий, т.е. структур, множество событий которых конечно.

Введем ряд обозначений, необходимых для определения понятия временной структуры событий. Пусть $\mathbf{N}$ — множество натуральных чисел, $\mathbf{N}_0$ — множество натуральных чисел с нулем. Определим множество временных интервалов $Interv(\mathbf{N}_0) = \{[d_1, d_2] \subset \mathbf{N}_0 \mid d_1, d_2 \in \mathbf{N}_0\}$.

Теперь можно ввести понятие временной структуры событий.

Определение 2. Временная структура событий*, помеченная над* Act_τ*, — это пара* $TS = (S, D)$*, где*

- $S = (E, \leq, \#, l)$ *— структура событий, помеченная над* Act_τ*;*
- $D : E \to Interv(\mathbf{N}_0)$ *— временная функция, сопоставляющая каждому событию из* E *временной интервал из* $Interv(\mathbf{N}_0)$*.*

В графическом представлении временной структуры события изображаются вместе с сопоставленными им действиями и временными интервалами; между парами событий, включенными в отношение причиной зависимости, рисуются стрелки (стрелки, относящиеся к парам, выводимым из свойства транзитивности, опускаются); между парами событий, включенными в отношение конфликта, рисуются символы $'\#'$ (символы, относящиеся к парам, выводимым из условия наследования конфликта, опускаются). Пример временной структуры событий приведен на рис. 1. Иногда, чтобы не загромождать рисунок, будем опускать события, указывая только соответствующие помечающие действия.

TS_1

$$\begin{array}{lll} [0,1] & a : e_1 \longrightarrow & b : e_2\ \ [0,1] \\ & \quad \# & \\ & \tau : e_3\ \ [0,1] & \end{array}$$

Рис. 1.

Множество временных структур событий, помеченных над Act_τ, будем обозначать через $\mathcal{E}_\tau$. Зафиксируем помеченные временные структуры событий $TS = (S = (E, \leq, \#, l), D)$ и $TS' = (S' = (E', \leq', \#', l'), D')$ из класса $\mathcal{E}_\tau$ и далее будем работать с ними.

Состоянием в TS будем называть пару $M = (C, \delta)$ такую, что $C \in Conf(S)$ и $\delta : E \to \mathbf{N}_0$ — временная функция, сопоставляющая текущие временные значения событиям. Множество состояний в TS будем обозначать через $ST(TS)$. Пусть $M_{TS} = (\emptyset, 0)$ — *начальное состояние* в TS. Состояние $M = (C, \delta)$ называется *заключительным*, если $En(C) = \emptyset$.

Выполнение временной структуры событий представляется последовательностью переходов из состояния в состояние. Переход из одного состояния в другое осуществляется либо посредством выполнения события, либо посредством истечения некоторого времени. Мы предполагаем, что событие выполняется мгновенно.

Пусть $M_1 = (C_1, \delta_1), M_2 = (C_2, \delta_2) \in ST(TS)$, причем M_1 не является заключительным состоянием. Событие $e \in En(C_1)$ *может выполниться* в M_1 (обозначается $M_1 \stackrel{e}{\to}$), если $\delta_1(e) \in D(e)$. Будем писать $M_1 \stackrel{a}{\to}$, если $M_1 \stackrel{e}{\to}$ и $l(e) = a$. Состояние M_1 *переходит* в состояние M_2 посредством выполнения события e (обозначается $M_1 \stackrel{e}{\to} M_2$), если $M_1 \stackrel{e}{\to}$, $C_2 = C_1 \cup \{e\}$ и

$$\delta_2(e') = \begin{cases} 0, & \text{если } e' \in En(C_2) \setminus En(C_1) \\ \delta_1(e') \text{ иначе.} \end{cases}$$

Будем писать $M_1 \stackrel{a}{\to} M_2$, если $M_1 \stackrel{e}{\to} M_2$ и $l(e) = a$.

Время $d \in \mathbf{N}$ *может пройти* в состоянии M_1 (обозначается $M_1 \stackrel{d}{\to}$), если $\forall e \in En(C_1) \;\; \exists d' \geq d \;.\; \delta_1(e) + d' \in D(e)$. Состояние M_1 *переходит* в состояние M_2 посредством истечения времени $d \in \mathbf{N}$ (обозначается $M_1 \stackrel{d}{\to} M_2$), если $C_2 = C_1$ и $\delta_2(e) = \delta_1(e) + d$ для всех $e \in E$.

Слабое отношение перехода на состояниях в TS определяется как отношение $\Rightarrow$ такое, что $\stackrel{\epsilon}{\Rightarrow} \iff \stackrel{\tau}{\to}^*$ и $\stackrel{x}{\Rightarrow} \iff \stackrel{\epsilon}{\Rightarrow}\stackrel{x}{\to}\stackrel{\epsilon}{\Rightarrow}$, где $x \in Act \cup \mathbf{N}$ и $\stackrel{\tau}{\to}^*$ — рефлексивное транзитивное замыкание отношения $\stackrel{\tau}{\to}$. Рассмотрим дополнительное правило для отношения перехода $\stackrel{d}{\Rightarrow}$: $M \stackrel{d_1+d_2}{\Longrightarrow} \iff M \stackrel{d_1}{\Rightarrow}\stackrel{d_2}{\Rightarrow}$, где $d_1, d_2 \in \mathbf{N}$.

В дальнейшем нам понадобятся следующие вспомогательные понятия и обозначения.

Пусть $Act(\mathbf{N}_0) = \{a(d) \mid \; a \in Act \, \wedge \, d \in \mathbf{N}_0\}$ — множество *временных действий*. Тогда $(Act(\mathbf{N}_0))^*$ — множество *временных слов*. Пусть также $\triangle \;:\; (Act(\mathbf{N}_0))^* \to \mathbf{N}_0$ — функция, измеряющая *длительность* временного слова, такая, что $\triangle(\epsilon) = 0, \;\triangle(w.a(d)) = \triangle(w) + d$. Определим множество $Dom(Act, \;\mathbf{N}_0) = \{\langle w, d\rangle \mid w \in (Act(\mathbf{N}_0))^*, \; d \in \mathbf{N}_0, \; d \geq \triangle(w)\}$.

Далее определим функцию $\rho : (Act_\tau \cup \mathbf{N})^* \longrightarrow Dom(Act, \mathbf{N}_0)$ следующим образом : $\rho(\epsilon) = \langle \epsilon, 0 \rangle$, пусть для $\alpha \subseteq (Act_\tau \cup \mathbf{N})^*$ $\rho(\alpha)$ определено и $\rho(\alpha) = \langle w', d' \rangle$, тогда

$$\rho(\alpha y) = \begin{cases} \langle w'.y(d' - \triangle(w'), d' \rangle, & \text{если } y \in Act, \\ \langle w', d' + y \rangle, & \text{если } y \in \mathbf{N}, \\ \langle w', d' \rangle, & \text{если } y = \tau. \end{cases}$$

Обобщим слабое отношение перехода на временные слова из $(Act(\mathbf{N}_0))^*$ и $Dom(Act,\ \mathbf{N}_0)$ следующим образом. Пусть $d \in \mathbf{N},\ d' \in \mathbf{N}_0,\ a \in Act$ и $w \in (Act(\mathbf{N}_0))^*$. Тогда:

если $M \stackrel{a}{\Rightarrow} M'$, то $M \stackrel{a(0)}{\Rightarrow} M'$;

если $M \stackrel{d}{\Rightarrow}\stackrel{a}{\Rightarrow} M'$, то $M \stackrel{a(d)}{\Rightarrow} M'$;

если $M \stackrel{w}{\Rightarrow}\stackrel{a(d')}{\Rightarrow} M'$, то $M \stackrel{w.a(d')}{\Longrightarrow} M'$;

если $M \stackrel{w}{\Rightarrow} M'$, то $M \stackrel{\langle w,\ \triangle(w) \rangle}{\Longrightarrow} M'$;

если $M \stackrel{\langle w,\ d' \rangle}{\Longrightarrow}\stackrel{d}{\Rightarrow} M'$, то $M \stackrel{\langle w,\ d'+d \rangle}{\Longrightarrow} M'$.

Множество $L(TS) = \{\langle w, d \rangle \in Dom(Act, \mathbf{N}_0) \mid M_{TS} \stackrel{\langle w,d \rangle}{\Longrightarrow}\}$ будем называть *языком* временной структуры событий TS. Например, для временной структуры событий TS_1, изображенной на рис. 1, имеем $L(TS_1) = \{\langle \epsilon(d_1), d_1 \rangle, \langle a(d_1), d_1{+}d_2 \rangle, \langle a(d_1)b(d_2), d_1{+}d_2 \rangle \mid 0 \le d_1, d_2 \le 1,$ $d_1 + d_2 \le 1\}$.

3. ВРЕМЕННАЯ ТЕСТОВАЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

В данном разделе определяется ряд понятий временных тестовых предпорядков и эквивалентностей в контексте рассматриваемой модели.

Пусть $\omega \notin Act_\tau$ и $Act_{\tau,\omega} = Act_\tau \cup \{\omega\}$. Тогда $\mathcal{E}_{\tau,\omega}$ будет обозначать множество тестов — множество временных структур событий с помечающей функцией над $Act_{\tau,\omega}$. Для теста $TTS \in \Sigma_{\tau,\omega}$ T_{TTS} обозначает его начальное состояние. Далее пусть x с индексом и без — элемент множества $Act \cup \mathbf{N}$, y с индексом и без него — элемент множества $Act_\tau \cup \mathbf{N}$.

Определение 3. *Пусть $TS \in \mathcal{E}_\tau$, $TTS \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}$ и $M \in ST(TS)$, $T \in ST(TTS)$. Тогда*

- $M \| T$ — тестовое состояние. *Тестовое состояние является* успешным, *если событие, помеченное символом ω, может выполниться в T;*
- *если $M \stackrel{x}{\to} M'$ и $T \stackrel{x}{\to} T'$, то $M\|T \stackrel{x}{\to} M'\|T'$; если $M \stackrel{\tau}{\to} M'$, то $M\|T \stackrel{\tau}{\to} M'\|T$; если $T \stackrel{\tau}{\to} T'$, то $M\|T \stackrel{\tau}{\to} M\|T'$;*

- *максимальная последовательность* $M_0 \| T_0 \xrightarrow{y_1} M_1 \| T_1 \xrightarrow{y_2} \cdots \xrightarrow{y_n} M_n \| T_n$ $(n \geq 0)$ *называется* вычислением, *начинающимся тестовым состоянием* $M_0 \| T_0$. *Вычисление является* успешным, *если* $\exists 0 \leq i \leq n \ . \ M_i \| T_i$ *— успешное.* $y_1 \dots y_n$ *будем называть последовательностью, соответствующей* ν. *Множество всех вычислений, начинающихся тестовым состоянием* $M \| T$, *будем обозначать через* $Comp(M \| T)$;
- M *may* T, *если существует успешное вычисление из* $Comp(M \| T)$. TS *may* TTS, *если* M_{TS} *may* T_{TTS};
- M *must* T, *если каждое вычисление из* $Comp(M \| T)$ *успешно.* TS *must* TTS, *если* M_{TS} *must* T_{TTS}.

Слабое отношение перехода на тестовых состояниях определяется также, как и на состояниях временной структуры событий.

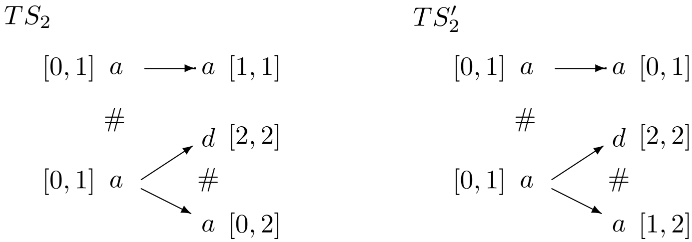

Рис. 2.

Определим понятия временных тестовых предпорядков и эквивалентностей.

Определение 4. • $TS \leq_\alpha TS' \iff \forall\, TTS \in \mathcal{E}_{\tau,\omega} \ . \ TS \ \alpha \ TTS \Rightarrow TS' \ \alpha \ TTS$, *где* $\alpha \in \{may,\ must\}$;
- $TS \leq_{test} TS' \iff TS \leq_{may} TS' \ \wedge \ TS \leq_{must} TS'$;
- $TS \simeq_\alpha TS' \iff TS \leq_\alpha TS' \ \wedge \ TS' \leq_\alpha TS$, *где* $\alpha \in \{may,\ must,\ test\}$.

Пример *test*-эквивалентных временных структур событий приведен на рис. 2. На рис. 3 показаны временные структуры событий TS_3 и TS_3', которые *may*-эквивалентны, но не *must*-эквивалентны. Например, рассмотрим тест TTS_3, также изображенный на рис. 3. Имеем, что TS_3' *must* TTS_3, но не верно, что TS_3 *must* TTS_3, так как существует неуспешное вычисление из $Comp(M_{TS_3} \| T_{TTS_3})$, которому соответствует символьная последовательность $\tau.1$. На рис. 4 приведены не *may*-эквивалентные временные структуры событий. Рассмотрим тест TTS_4, также изображенный на рис. 4. Имеем, что TS_4 *may* TTS_4, но не верно TS'_4 *may* TTS_4, так как любое вычисление из $Comp(M_{TS'_4} \| T_{TTS_4})$ является неуспешным.

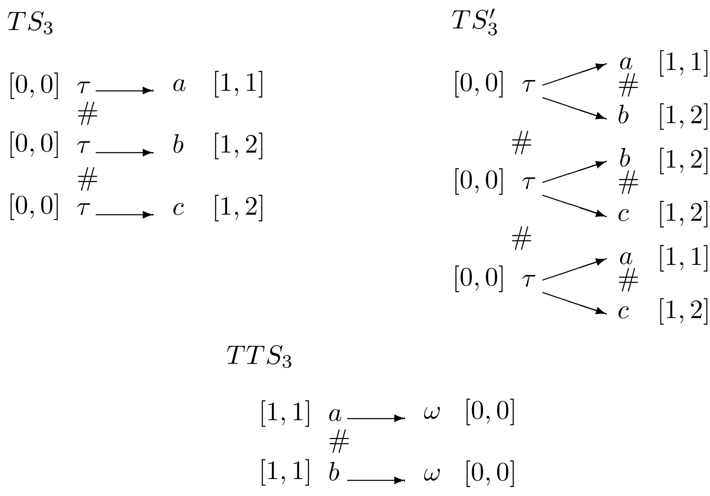

Рис. 3.

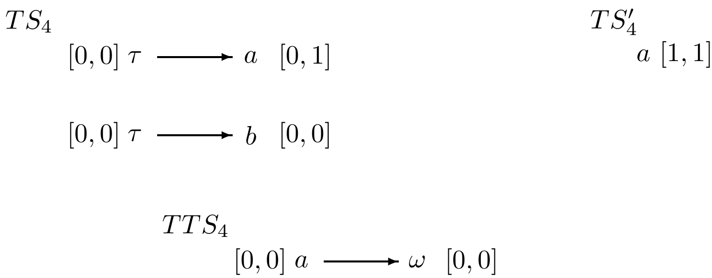

Рис. 4.

Введем ряд вспомогательных обозначений, которые будут полезны в дальнейшем. Пусть $M \in ST(TS)$, $\langle w,d \rangle \in Dom(Act,\mathbf{N}_0)$. Тогда $S(M) = \{z \in Act_\tau \cup \{1\} \mid M \stackrel{z}{\rightarrow}\}$ и $Acc(TS, \langle w,d \rangle) = \{S(M') \mid M_{TS} \stackrel{\langle w,d \rangle}{\Longrightarrow} M',\ M' \stackrel{\tau}{\not\rightarrow}\}$. Пусть $N, N' \subset 2^{Act \cup \{1\}}$. Тогда $N \subset\subset N' \iff \forall S' \in N'\ \exists S \in N\ .\ (S \subseteq S')$ и $N \equiv N' \iff N \subset\subset N' \wedge N' \subset\subset N$.

Заметим, что $N \subset\subset N' \iff \min N \subset\subset \min N'$ и $N \equiv N' \iff \min N = \min N'$, где $\min N = \{S \in N \mid \neg(\exists S' \in N\ .\ S' \subset S)\}$.

Утверждение 1. *а)* $TS \le_{may} TS' \Longleftrightarrow L(TS) \subseteq L(TS')$;

б) $TS \le_{must} TS' \Longleftrightarrow \forall\langle w,\ d\rangle \in Dom(Act,\ \mathbf{N})\ .\ Acc(TS, \langle w,d\rangle) \subset\subset Acc(TS', \langle w,d\rangle)$.

Доказательство.

а)$\Leftarrow$ Предположим $L(TS) \subseteq L(TS')$. Пусть $TS\ may\ TTS$ для некоторого $TTS \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}$. Тогда существует вычисление $M_{TS}||T_{TTS} = M_0||T_0 \xrightarrow{y_1} \cdots \xrightarrow{y_n} M_n||T_n$ такое, что $\exists 0 \le i \le n\ T_i \xrightarrow{\omega}$. Построим временное слово $\langle w,d\rangle = \rho(y_1 \ldots y_n)$. Так как $\langle w,d\rangle \in L(TS) \cap L(TTS)$, то $\langle w,d\rangle \in L(TS') \cap L(TTS)$ согласно предположению. Следовательно, $M_{TS'} \stackrel{\langle w,d\rangle}{\Longrightarrow}$ и $T_{TTS} \stackrel{\langle w,d\rangle}{\Longrightarrow}$. Тогда существует вычисление $M_{TS'}||T_{TTS} = M'_0||T_0 \xrightarrow{y'_1} \cdots \xrightarrow{y'_{i'}} M'_{i'}||T_i \ldots \xrightarrow{y'_{n'}} M'_{n'}||T_n$ такое, что $\langle w,d\rangle = \rho(y'_1 \ldots y'_{n'})$ и $T_i \xrightarrow{\omega}$, т.е. $TS'\ may\ TTS$.

В силу произвольности выбора TTS получаем $TS \le_{may} TS'$.

а)$\Rightarrow$ Предположим $TS \le_{may} TS'$. Пусть $\langle\, w,d\,\rangle \in L(TS)$. Без потери общности полагаем $\langle w,d\rangle = \langle a_1(d_1)\ldots a_n(d_n), \sum_{i=1}^{n} d_i + d_{n+1}\rangle$, где $n \ge 0$. Нужно показать, что $\langle w,d\rangle \in L(TS')$.

Рис. 5.

Строим тест $TTS = (E, \le, \#, l, D) \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}$, изображенный на рис. 5, следующим образом :

- $E = \{e_i | 1 \le i \le n+1\}$;
- $\le\ = \{(e_i, e_j) | 0 \le i \le j \le n+1\}$;
- $\# = \emptyset$;
- для $\forall\ 1 \le i \le n\ .\ l(e_i) = a_i, l(e_{n+1}) = \omega$;
- для $\forall\ 1 \le i \le n+1\ .\ D(e_i) = [d_i, d_i]$.

Согласно построению TTS существует вычисление $M_{TS}||T_{TTS} \xrightarrow{y_1} \cdots \xrightarrow{y_m} M_m||T_m$ такое, что $\rho(y_1 \ldots y_m) = \langle w,d\rangle$ и $T_m \xrightarrow{\omega}$. Это означает, что $TS\ may\ TTS$. Поскольку $TS \le_{may} TS'$, то существует вычисление $M_{TS'}||T_{TTS} \xrightarrow{y'_1} \cdots \xrightarrow{y'_{m'}} M'_{m'}||T'_{m'}$ такое, что $T'_i \xrightarrow{\omega}$ для некоторого $0 \le i \le m$. Из построения TTS следует, что $T'_{m'} = T_m$ и $\rho(y'_1 \ldots y'_{m'}) = \langle w,d\rangle \in L(TS')$.

В силу произвольности выбора $\langle w, d\rangle \in L(TS)$ получаем $L(TS) \subseteq L(TS')$.

б)$\Leftarrow$ Пусть выполнено условие теоремы. Возьмем произвольный тест $TTS \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}$ такой, что $TS\ must\ TTS$. Покажем, что $TS'\ must\ TTS$, т.е. каждое вычисление из $COMP(M_{TS'}\|T_{TTS})$ успешно. Возьмем произвольное вычисление $\nu' = M'_{TS'}\|T_{TTS} = M'_0\|T_0 \xrightarrow{y'_1} \ldots \xrightarrow{y'_n} M'_n\|T_n$ $(n \geq 0) \in Comp(M_{TS'}\|T_{TTS})$. Покажем $\exists 0 \leq i \leq n\ .\ T_i \xrightarrow{\omega}$. Пусть $\langle w, d\rangle = \rho(y'_1 \ldots y'_n)$. По условию теоремы существует $S \in Acc(TS, \langle w, d\rangle)$ такое, что $S \subseteq S(M'_n)$. Согласно определению множества $Acc(TS, \langle w, d\rangle)$ имеем $M_{TS} \stackrel{\langle w,d\rangle}{\Longrightarrow} M, M \stackrel{\tau}{\not\to}$ и $S(M) = S$ для некоторого $M \in ST(TS)$. Тогда можно найти последовательность $\nu = M_{TS}\|T_{TTS} = M_0\|T_0 \xrightarrow{y_1} \ldots \xrightarrow{y_m} M\|T_n$ $(m \geq 0)$ такую, что $\rho(y_1 \ldots y_m) = \langle w, d\rangle$. Кроме того, так как $\nu' \in Comp(M_{TS'}\|T_{TTS})$, то $S(M'_n) \cap S(T_n) = \emptyset$. Значит, $S(M) \cap S(T_n) = \emptyset$. Следовательно, $\nu \in Comp(M_{TS}\|T_{TTS})$. Так как $TS\ must\ TTS$, то ν — успешное вычисление, т.е. $\exists 0 \leq i \leq n\ .\ T_i \xrightarrow{\omega}$. Таким образом, ν' — также успешное вычисление.

б)$\Rightarrow$ Предположим обратное, т.е. для некоторого $\langle w, d\rangle \in Dom(Act, \mathbf{N}_0)$ верно $\exists S' \in Acc(TS', \langle w, d\rangle)\ \forall S \in Acc(TS, \langle w, d\rangle)\ .\ \neg(S \subseteq S')$. Пусть $\langle w, d\rangle = \langle a_1(d_1) \ldots a_n(d_n), \sum_{i=1}^{n} d_i + d_{n+1}\rangle (n \geq 0)$. Пусть также $M_{TS'} \stackrel{\langle w,d\rangle}{\Longrightarrow} M'$, $\neg(M' \xrightarrow{\tau})$ и $S' = S(M')$. Рассмотрим все возможные случаи.

1. $\forall S \in Acc(TS, \langle w, d\rangle)\ .\ \neg(S\ |_{Act} \subseteq S'\ |_{Act})$. Определим множество $B = \cup\ \{S\ |_{Act} \setminus S'\ |_{Act} |\ S \in Acc(TS, \langle w, d\rangle)\}$. Без потери общности полагаем $B = \{b\}$.

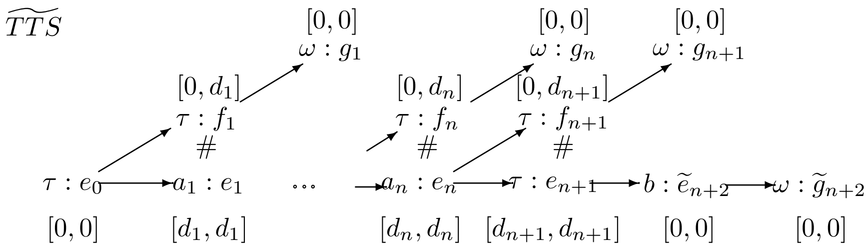

Рис. 6.

Строим тест $\widetilde{TTS} = (\widetilde{S} = (\widetilde{E}, \widetilde{\leq}, \widetilde{\#}, \widetilde{l}), \widetilde{D})$, графическое представление которого дано на рис. 6, следующим образом:

– $\widetilde{E} = \{e_i | 0 \leq i \leq n+1\} \cup \{g_i, f_i \mid 1 \leq i \leq n+1\} \cup \{\widetilde{e}_{n+2}, \widetilde{g}_{n+2}\}$,

– $\widetilde{\leq} = (\{(e_{i-1}, e_i), (e_{i-1}, f_i), (f_i, g_i) \mid 1 \leq i \leq n+1\} \cup$
$\{(e_{n+1}, \widetilde{e}_{n+2}),\ (\widetilde{e}_{n+2}, \widetilde{g}_{n+2})\})^*$,

– $\widetilde{\#} = \{(e_j, f_i), (f_i, e_j), (e_j, g_i), (g_i, e_j), (f_i, \widetilde{e}_{n+2}),\ (\widetilde{e}_{n+2}, f_i),$
$(g_i, \widetilde{e}_{n+2}),\ (\widetilde{e}_{n+2}, g_i),\ (f_i, \widetilde{g}_{n+2}),\ (\widetilde{g}_{n+2}, f_i),\ (g_i, \widetilde{g}_{n+2}),\ (\widetilde{g}_{n+2}, g_i) \mid$
$1 \leq i \leq j \leq n+1\} \cup \{(f_i, f_j),\ (f_j, f_i),\ (g_i, f_j),\ (f_j, g_i),$
$(g_i, g_j),\ (g_j, g_i) \mid 1 \leq i, j \leq n+1, i \neq j\}$,

– $\widetilde{l}(e_0) = \tau$, $\widetilde{l}(e_i) = a_i$ для всех $1 \leq i \leq n$,
$\widetilde{l}(f_i) = \tau$ для всех $1 \leq i \leq n+1$,
$\widetilde{l}(g_i) = \omega$ для всех $1 \leq i \leq n+1$,
$\widetilde{l}(e_{n+1}) = \tau$, $\widetilde{l}(\widetilde{e}_{n+2}) = b$, $\widetilde{l}(\widetilde{g}_{n+2}) = \omega$,

– $\widetilde{D}(e_0) = [0, 0]$, $\widetilde{D}(e_i) = [d_i, d_i]$, $\widetilde{D}(f_i) = [0, d_i]$, $\widetilde{D}(g_i) = [0, 0]$
для всех $1 \leq i \leq n+1$,
$\widetilde{D}(\widetilde{e}_{n+2}) = \widetilde{\widetilde{D}}(\widetilde{g}_{n+2}) = [0, 0]$.

Сначала покажем, что $TS\ must\ \widetilde{TTS}$, т.е. любое вычисление из $Comp$ $(M_{TS} \| T_{\widetilde{TTS}})$ является успешным. Рассмотрим все возможные максимальные последовательности в $\widetilde{TTS}$.

(а) $\sigma_{\text{а}} = T_{\widetilde{TTS}} \xrightarrow{\tau} T_0 \xrightarrow{d_1} \xrightarrow{a_1} T_1 \cdots T_{i-1} \xrightarrow{d_i} \xrightarrow{a_i} T_i \xrightarrow{\tau} T_{i+1} \xrightarrow{\omega}$,
где $0 \leq i \leq n$. Легко показать, что любое вычисление из $Comp(M_{TS}$ $\| T_{\widetilde{TTS}})$, построенное по $\sigma_{\text{а}}$, имеет вид:

$$\nu_{\text{а}} = M_{TS} \| T_{\widetilde{TTS}} \overset{\epsilon}{\Rightarrow} M_0 \| T_0 \overset{d_1}{\Rightarrow} \xrightarrow{a_1} M_1 \| T_1 \cdots M_{i-1} \| T_{i-1} \overset{d_i}{\Rightarrow} \xrightarrow{a_i} M_i \| T_i \overset{\epsilon}{\Rightarrow} M_{i+1} \| T_{i+1},$$

Докажем, что любое вычисление $\nu_{\text{а}}$ является успешным. Полагаем $T_j = (C_j, \delta_j)$ для всех $0 \leq j \leq i+1$. (здесь и далее полагаем $0 \leq i \leq n$, если не заданы другие границы). Тогда верно $e_i \in C_i$. Так как ${}^\bullet f_{i+1} = \{e_i\} \subseteq C_i$ и $\neg(e\ \widetilde{\#}\ f_{i+1})$ для всех $e \in C_i$, то $f_{i+1} \in En(C_i)$. Кроме того, имеем $\delta_i(f_{i+1}) = 0 \in \widetilde{D}(f_{i+1})$. Значит, $T_i \xrightarrow{f_{i+1}}$. Поскольку $\nu_{\text{а}}$ — вычисление, то $M_{i+1} \| T_{i+1} \overset{\tau}{\not\rightarrow}$. Тогда $T_{i+1} \overset{\tau}{\not\rightarrow}$. Следовательно, $f_{i+1} \in C_{i+1}$. Так как ${}^\bullet g_{i+1} = \{f_{i+1}\} \subseteq C_{i+1}$ и $\neg(e\ \widetilde{\#}\ g_{i+1})$ для всех $e \in C_{i+1}$, то $g_{i+1} \in En(C_i)$. Следовательно, $T_{i+1} \xrightarrow{\omega}$, поскольку $\delta_{i+1}(g_{i+1}) = 0 \in \widetilde{D}(g_{i+1})$ и $\widetilde{l}(g_{i+1}) = \omega$. Таким образом, $\nu_{\text{а}}$ — успешное вычисление.

(б) $\sigma_{\text{б}} = T_{\widetilde{TTS}} \xrightarrow{\tau} T_0 \xrightarrow{d_1} \xrightarrow{a_1} T_1 \cdots T_{i-1} \xrightarrow{d_i} \xrightarrow{a_i} T_i \overset{x_{i+1}}{\Rightarrow} T_{i+1} \xrightarrow{\omega}$,
где $0 \leq i \leq n$ и $x_{i+1} \in [1, d_{i+1}]$. Легко показать, что любое вычисление из $Comp(M_{TS} \| T_{\widetilde{TTS}})$, построенное по $\sigma_{\text{б}}$, имеет вид либо $\nu_{\text{а}}$, либо

$$\nu_{б} = M_{TS} \| T_{\widetilde{TTS}} \overset{\epsilon}{\Rightarrow} M_0 \| T_0 \overset{d_1}{\Rightarrow}\overset{a_1}{\rightarrow} M_1 \| T_1 \cdots M_{i-1} \| T_{i-1} \overset{d_i}{\Rightarrow}\overset{a_i}{\rightarrow} M_i \| T_i \overset{x_{i+1}}{\Rightarrow} M_{i+1} \| T_{i+1},$$

где $0 \le i \le n$ и $x_{i+1} \in [1, d_{i+1}]$. Доказательство успешности вычисления $\nu_{б}$ аналогично доказательству успешности вычисления $\nu_{а}$ (см. п. (а)).

(в) $\nu_{в} = T_{\widetilde{TTS}} \overset{\tau}{\rightarrow} T_0 \overset{d_1}{\rightarrow}\overset{a_1}{\rightarrow} T_1 \cdots T_{n-1} \overset{d_n}{\rightarrow}\overset{a_n}{\rightarrow} T_n \overset{d_{n+1}}{\Rightarrow} T_{n+1} \overset{b}{\rightarrow} T_{n+2} \overset{\omega}{\rightarrow}$. Можно легко показать, что $\nu_{а}$ и $\nu_{б}$ могут быть вычислениями из $Comp(M_{TS} \| T_{\widetilde{TTS}})$, построенными по $\sigma_{в}$. Докажем, что все другие вычисления из $Comp(M_{TS} \| T_{\widetilde{TTS}})$, построенные по $\sigma_{в}$, имеют вид

$$\nu_{б} = M_{TS} \| T_{\widetilde{TTS}} \overset{\epsilon}{\Rightarrow} M_0 \| T_0 \overset{d_1}{\Rightarrow}\overset{a_1}{\rightarrow} M_1 \| T_1 \cdots M_{n-1} \| T_{n-1} \overset{d_n}{\Rightarrow}\overset{a_n}{\rightarrow} M_n \| T_n \overset{d_{n+1}}{\Rightarrow} M_{n+1} \| T_{n+1} \overset{b}{\rightarrow} M_{n+2} \| T_{n+2}.$$

Предположим обратное, т.е. существует $\widetilde{M} \in ST(TS)$ такое, что $M_{TS} \overset{\langle w, d \rangle}{\Rightarrow} \widetilde{M}$, $\widetilde{M} \overset{\tau}{\not\rightarrow}$ и $\widetilde{M} \overset{b}{\not\rightarrow}$. Тогда $b \notin \widetilde{S} = S(\widetilde{M})$, что противоречит определению множества B.

Доказательство успешности вычисления $\nu_{в}$ аналогично доказательству успешности вычисления $\nu_{а}$ (см. п. (а)).

Таким образом, любое вычисление из $Comp(M_{TS} \| T_{\widetilde{TTS}})$ является успешным, т.е. $TS \; must \; \widetilde{TTS}$.

Далее рассмотрим вычисление $\nu' = M_{TS'} | T_{\widetilde{TTS}} \overset{\epsilon}{\Rightarrow} M'_0 \| T_0 \overset{d_1}{\Rightarrow}\overset{a_1}{\rightarrow} M'_1 \| T_1 \cdots M'_{n-1} \| T_{n-1} \overset{d_n}{\Longrightarrow}\overset{a_n}{\rightarrow} M'_n \| T_n \overset{d_{n+1}}{\Longrightarrow} M' \| T'_{n+1} \overset{\tau}{\rightarrow} M' \| T_{n+1} \in Comp\,(\,M_{TS'} \| T_{\widetilde{TTS}})$ такое, что $S(M') = S'$, $T'_{n+1} \overset{e_{n+1}}{\rightarrow} T_{n+1}$ Пусть $T_i = (C_i, \delta_i)$ для всех $0 \le i \le n+1$ и $T'_{n+1} = (C', \delta')$. Тогда для всех $1 \le i, j \le n+1$ имеем $\widetilde{e}_{n+2} \notin C_j$ и $f_i \notin C_j$, поскольку $e_i \in C_i$ и $e_i \;\widetilde{\#}\; f_i$. Значит, для всех $1 \le i, j \le n+1$ верно $\widetilde{g}_{n+2}$, $g_i \notin En(C_0)$, $\widetilde{g}_{n+2}$, $g_i \notin En(C_j)$ и $\widetilde{g}_{n+2}$, $g_i \notin En(C')$, так как ${}^\bullet\widetilde{g}_{n+2} = \{\widetilde{e}_{n+2}\}$, ${}^\bullet g_i = \{f_i\}$. Исходя из того, что $\widetilde{l}(\widetilde{g}_{n+2}) = \omega$ и $\widetilde{l}(g_i) = \omega$ для всех $1 \le i \le n+1$, имеем $(T_j \overset{\omega}{\not\rightarrow})$ и $(T'_{n+1} \overset{\omega}{\not\rightarrow})$ для всех $0 \le j \le n+1$. Следовательно, ν' не является успешным вычислением.

Таким образом, имеем $TS \; must \; TTS$ и $\neg(TS' \; must \; TTS)$. Пришли к противоречию с условием теоремы.

2. $\forall S \in Acc(TS, \langle w, d \rangle) \;.\; 1 \notin S' \;\wedge\; 1 \in S$. Строим тест $\widehat{TTS} = (\widehat{S} = (\widehat{E}, \widehat{\le}, \widehat{\#}, \widehat{l}), \widehat{D})$ на основе теста $\widetilde{TTS}$ следующим образом:

– $\widehat{E} = \widetilde{E} \setminus \{\widetilde{e}_{n+2}, \widetilde{g}_{n+2}\} \cup \{\widehat{e}_{n+2}, \widehat{g}_{n+2}\}$,

– $\widehat{\leq} = (\widetilde{\leq} |_{\widehat{E}\times\widehat{E}} \cup\{(e_{n+1}, \widehat{e}_{n+2}),\ (\widehat{e}_{n+2}, \widehat{g}_{n+2})\})^*$,
– $\widehat{\#} = \widetilde{\#} |_{\widehat{E}\times\widehat{E}} \cup\{(e, e'),\ (e', e) \in \widehat{E} \times \widehat{E} \mid \exists\widehat{e} \in \widehat{E}\ .\ e' \ \widetilde{\#}\ \widehat{e}\ \widehat{\leq}\ e\}$,
– $\widehat{l} |_{\widetilde{E}\setminus\{\widetilde{e}_{n+2},\widetilde{g}_{n+2}\}}= l$, $\widehat{l}(\widehat{e}_{n+2}) = \tau$, $\widehat{l}(\widehat{g}_{n+2}) = \tau$,
– $\widehat{D} |_{\widetilde{E}\setminus\{\widetilde{e}_{n+2},\widetilde{g}_{n+2}\}}= \widetilde{D},\ \widehat{D}(\widehat{e}_{n+2}) = [1, 1],\ \widehat{D}(\widehat{g}_{n+2}) = [0, 0]$.

Далее рассуждаем аналогично п. 1.

3. $\exists S \in Acc(TS, \langle w, d\rangle)\ .\ [\neg(S |_{Act}\subseteq S' |_{Act}) \wedge (1 \notin S' \wedge 1 \notin S)] \wedge \exists S \in Acc(TS, \langle w, d\rangle)\ .\ [(S |_{Act}\subseteq S' |_{Act}) \wedge (1 \notin S' \wedge 1 \in S)]$. Строим тест $\overline{TTS} = (\overline{S} = (\overline{E}, \overline{\leq}, \overline{\#}, \overline{l}),\ \overline{D})$ на основе тестов $\widetilde{TTS}$ и $\widehat{TTS}$ следующим образом:
– $\overline{E} = \widetilde{E} \cup \widehat{E}$,
– $\overline{\leq} = \widetilde{\leq} \cup \widehat{\leq}$,
– $\overline{\#} = \widetilde{\#} \cup \widehat{\#} \cup \{(\widehat{e}_{n+2}, \widetilde{e}_{n+2})\} \cup \{(e, e'),\ (e', e) \in \overline{E} \times \overline{E} \mid \exists e'' \in \{\widetilde{e_{n+2}}, \widehat{e_{n+2}}\}\ .\ e' \# e'' \leq e\}$,
– $\overline{l} = \widetilde{l} \cup \widehat{l}$,
– $\overline{D} = \widetilde{D} \cup \widehat{D}$.

Далее рассуждаем аналогично пп. 1 и 2. □

Следствие. $TS \leq_{must} TS' \Rightarrow TS \geq_{may} TS'$

4. БИСИМУЛЯЦИИ И ПРЕБИСИМУЛЯЦИИ

Цель данного раздела — определить и изучить основные свойства графа классов, а также определить понятие бисимуляции и пребисимуляции между графами классов.

Далее определим понятие графа классов для временной структуры событий TS. Пусть z с индексом и без него будет элементом множества $Act \cup \{1\}$ и $Q \subseteq ST(TS)$. Множество $Q^\tau = \{M' \in ST(TS) \mid \exists M \in Q\ .\ M \overset{\epsilon}{\Rightarrow} M'\}$ называем *классом* TS. Тогда N_{TS} будет обозначать множество классов TS. Далее определим $Q_{TS} = M_{TS}{}^\tau$ и $Der(Q,\ z) = \bigcup_{M\in Q} Der(M,\ z)$. Пусть $Q, Q_1 \in N_{TS}$. Тогда *отношение перехода на классах* определяется следующим образом: $Q \xrightarrow{z} Q_1$, если $Q_1 = (Der(Q,\ z))^\tau$. Класс Q называется *достижимым*, если либо $Q = Q_{TS}$, либо существует достижимый класс Q' такой, что для некоторого z выполняется $Q' \xrightarrow{z} Q$. *Графом классов* для TS называется помеченный ориентированный граф $G(TS) = (V_{TS}, E_{TS}, l_{G(TS)})$, где множество вершин V_{TS} — множество достижимых классов TS, множество дуг E_{TS} — проекция отношения $\xrightarrow{z}\subseteq N_{TS} \times (Act \cup \{1\}) \times N_{TS}$ на множество

$V_{TS} \times V_{TS}$, функция пометки $l_{G(TS)} : E_{TS} \longrightarrow Act \cup \{1\}$ определяется следующим образом: $l((Q, Q_1)) = z \iff Q \xrightarrow{z} Q_1$. Кроме того, каждой вершине Q приписывается информационное поле $Q.acc = \min\{S(M) \mid M \in Q \ \wedge \ M \not\xrightarrow{1}\}$.

Пример графов классов приведен на рис. 7, где $G(TS_2)$ и $G(TS'_2)$ являются графами классов для временных структур событий TS_2 и TS'_2, изображенных на рис. 2. Рядом с вершиной графа указывается значение ее информационного поля (значения, равные $\{\emptyset\}$, опускаются).

$G(TS_2)$ $\qquad\qquad$ $G(TS'_2)$

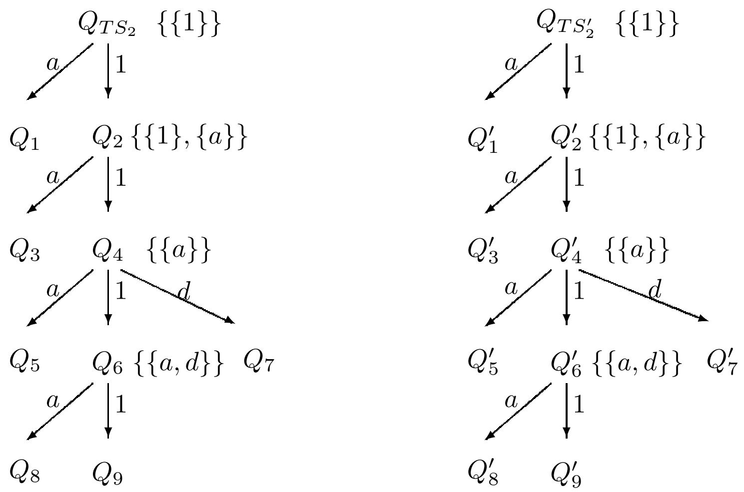

Рис. 7.

$L(G(TS)) = \{s \in (Act \cup \{1\})^* \mid s = z_1 \ldots z_n, \exists (Q_i)_{0 \leq i \leq n} \in V_{TS} \,.\, Q_{TS} = Q_0 \xrightarrow{z_1} Q_1 \ldots \xrightarrow{z_n} Q_n\}$ — язык графа классов, $Der(Q, s) = \{Q \mid s = z_1 \ldots z_n,\ \exists (Q_i)_{0 \leq i \leq n} \in V_{TS} \ .\ Q = Q_0 \xrightarrow{z_1} Q_1 \ldots \xrightarrow{z_n} Q_n = Q\}$ — множество вершин графа классов, достижимых из данной посредством данной строки.

Далее определим функцию $\rho^* : Dom(Act, \mathbf{N}_0) \longrightarrow (Act \cup \{1\})^*$ следующим образом : $\rho^*(\langle \epsilon, 0 \rangle) = \epsilon$, пусть $\rho(\langle w, d \rangle) = s$, тогда $\rho^*(\langle w.a(d - \triangle(w), d \rangle) = sa, \rho^*(\langle w, d + d' \rangle) = s\underbrace{1 \ldots 1}_{d'}$.

Кроме того, обозначим ограничение функции ρ на $(Act \cup \{1\})^*$ через

ρ_1. Заметим, что $\rho_1 \circ \rho^* = id_{Dom(Act,\mathbf{N}_0)}$ и $\rho^* \circ \rho_1 = id_{(Act\cup\ \{1\})^*}$. Из этого легко следует справедливость следующей леммы, устанавливающей взаимосвязь между языком временной структуры событий TS и языком графа классов для TS.

Лемма 1. $s \in (Act \cup\ \{1\})^*$, $\langle w, d\rangle \in Dom(Act,\mathbf{N}_0)$,

1. $\langle w, d\rangle \in L(TS) \iff \rho^*(\langle w, d\rangle) \in L(G(TS))$.

2. $\rho(s) \in L(TS) \iff s \in L(G(TS))$.

Теперь мы можем сформулировать некоторые свойства графа классов.

Лемма 2. $\langle w, d\rangle \in Dom(Act,\mathbf{N}_0)$, $Q \in Der(Q_{TS}, \rho^*(\langle w, d\rangle))$.

1. $M_{TS} \stackrel{\langle w,d\rangle}{\Longrightarrow} M \iff M \in Q$,

2. $Q.acc = \min\ Acc(TS, \langle w, d\rangle)$.

Доказательство

1. Пусть $\rho^*(\langle w,d\rangle) = z_1 \ldots z_n$, $n \in \mathbf{N}_0$. Тогда по определению $Der(\ Q_{TS}, \rho^*(\langle w, d\rangle))\ Q_{TS} = Q_0 \stackrel{z_1}{\to} Q_1 \stackrel{z_2}{\to} \ldots \stackrel{z_n}{\to} Q_n = Q$ для некоторых $Q_i \in V_{TS}$, $0 \le i \le n$.

   Используя определение ρ^*, получаем $M_{TS} \stackrel{\langle w,d\rangle}{\Rightarrow} M \iff M_{TS} \stackrel{z_1}{\to} \ldots \stackrel{z_n}{\to} M$. Из определения графа классов следует, что $M_{TS} \stackrel{z_1}{\to} \ldots \stackrel{z_n}{\to} M \iff M \in Q$, то есть $M_{TS} \stackrel{\langle w,d\rangle}{\Rightarrow} M \iff M \in Q$.
2. Следует из п. 1 и определений $Q.acc$ и $Acc(TS, \langle w, d\rangle)$. □

Следствие. $\forall s \in L(G(TS)) \exists!\ Q \in Der(Q_{TS}, s)$.

Таким образом, все состояния временной структуры событий, достижимые одним и тем же словом, образуют одну вершину в графе классов, и для каждого слова языка графа классов существует единственный путь в графе классов, этому слову соответствующий.

Прежде чем дать формальное определение бисимуляции между графами классов, рассмотрим некоторые неформальные представления. Неформально два графа классов бисимулятивны, если вершины одного графа могут быть сопоставлены вершинам другого следующим образом:

1) если две вершины сопоставлены друг другу, то содержимое их информационных полей должно быть "сравнимо";
2) если две вершины сопоставлены друг другу, то переходу по z из одной из рассматриваемых вершин должен соответствовать переход по z из другой;
3) начальные вершины графов классов сопоставлены друг другу.

Введем дополнительные обозначения: $V = V_{TS} \cup V_{TS'}$, $U = V \times V$.

Пусть $\Pi \subseteq U$ — отношение, которое отражает сравнимость информационных полей рассматриваемых графов классов. Тогда формальное определение бисимуляции выглядит следующим образом.

Определение 5. *Пусть* $\beta \subseteq V_{TS} \times V_{TS'}$.

- β — Π-*бисимуляция между* $G(TS)$ *и* $G(TS')$, *если* $\beta \subseteq \Pi$ *и для любой* $(Q, Q') \in \beta$ *выполняются следующие условия:*
  1. *если* $Q \xrightarrow{z} Q_1$, *то* $\exists Q'_1 \in V_{TS'} \,.\, Q' \xrightarrow{z} Q'_1 \;\wedge\; (Q_1, Q'_1) \in \beta$;
  2. *если* $Q' \xrightarrow{z} Q'_1$, *то* $\exists Q_1 \in V_{TS} \,.\, Q \xrightarrow{z} Q_1 \;\wedge\; (Q_1, Q'_1) \in \beta$.
- $G(TS)$ *и* $G(TS')$ Π-*бисимулятивны* ($\sim_\Pi$), *если существует* β — Π-*бисимуляция между* $G(TS)$ *и* $G(TS')$ *такая, что* $(Q_{TS}, Q_{TS'}) \in \beta$.

Далее полагаем $\Pi_1 = \{(Q, Q') \in U \mid Q.acc = Q'.acc\}$.

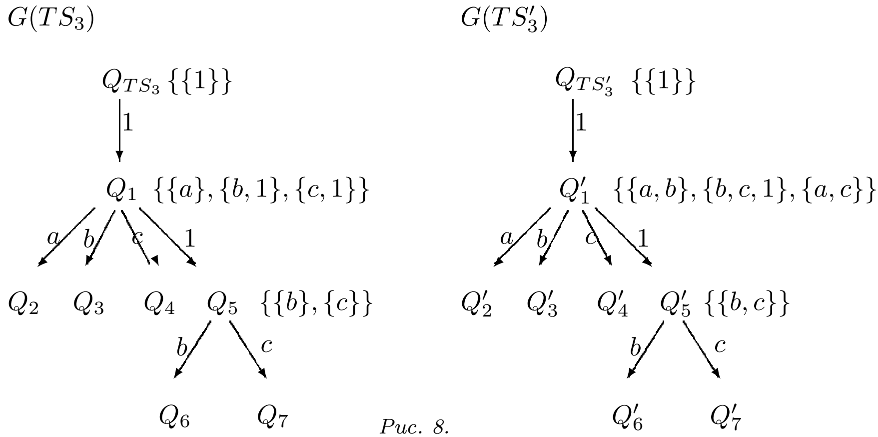

Рис. 8.

Пример Π_1-бисимуляционных графов классов приведен на рис. 7. На рис. 8 приведены U-бисимулятивные графы классов $G(TS_3)$ и $G(TS'_3)$. На рис. 9 показаны графы классов $G(TS_4)$ и $G(TS'_4)$, которые не являются U-бисимулятивными, так как $\neg(Q_{TS_4} \xrightarrow{a} Q_1 \Rightarrow \exists Q' \,.\, Q_{TS'_4} \xrightarrow{a} Q')$.

Понятие пребисимуляции аналогично понятию бисимуляции. Неформально один граф классов меньше, чем второй, если вершины первого графа могут быть сопоставлены вершинам второго следующим образом:

1) если вершина меньшего сопоставлена вершине большего, то содержимое информационного поля первого должно быть "меньше"ин-

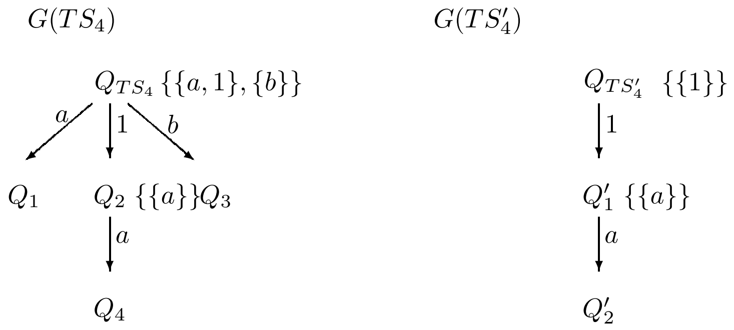

Рис. 9.

формационного поля последнего;

2) если вершина меньшего сопоставлена вершине большего и на второй вершине некоторый предикат имеет истинное значение для некоторого z, то переходу по z из рассматриваемой вершины меньшего графа должен соответствовать переход по z из рассматриваемой вершины большего;
3) если вершина меньшего графа сопоставлена вершине большего и на первой вершине некоторый предикат имеет истинное значение для некоторого z, то переходу по z из рассматриваемой вершины большего графа должен соответствовать переход по z из рассматриваемой вершины меньшего;
4) начальная вершина меньшего графа сопоставлена начальной вершине большего.

Пусть $\Pi \subseteq U$ — порядок, который упорядочивает информационные поля рассматриваемых графов классов, а $\psi_z, \phi_z \subseteq V$ — предикаты на V. Тогда формальное определение пребисимуляции выглядит следующим образом.

Определение 6. *Пусть* $\beta \subseteq V_{TS} \times V_{TS'}$.

- β — $\langle \Pi, \psi_z, \phi_z \rangle$*-пребисимуляция между* $G(TS)$ *и* $G(TS')$*, если* $\beta \subseteq \Pi$ *и для любой* $(Q, Q') \in \beta$ *выполняются следующие условия:*
  1. *если* $Q' \in \psi_z$*, то* $Q \xrightarrow{z} Q_1 \Rightarrow (\exists Q'_1 \in V_{TS'} \ .\ Q' \xrightarrow{z} Q'_1 \wedge (Q_1, Q'_1) \in \beta)$;
  2. *если* $Q \in \phi_z$*, то* $Q' \xrightarrow{z} Q'_1 \Rightarrow (\exists Q_1 \in V_{TS'} \ .\ Q \xrightarrow{z} Q_1 \wedge (Q_1, Q'_1) \in \beta)$.
- $G(TS)$ *и* $G(TS')$ $\langle \Pi, \psi_z, \phi_z \rangle$*-пребисимулятивны* ($\sqsubseteq_{\Pi}^{\psi_z, \phi_z}$)*, если существует* β — $\langle \Pi, \psi_z, \phi_z \rangle$*-пребисимуляция между* $G(TS)$ *и* $G(TS')$

такая, что $(Q_{TS}, Q_{TS'}) \in \beta$.

Далее полагаем $\Pi_2 = \{(Q, Q') \in U \mid Q.acc \subset\subset Q'.acc\}$.

Для графов классов на рис. 9 выполняется $G(TS'_4) \sqsubseteq_U^{V,\emptyset} G(TS_4)$, но не верно $G(TS_4) \sqsubseteq_U^{V,\emptyset} G(TS'_4)$ и $G(TS'_4) \sqsubseteq_{\Pi_2}^{\emptyset,V} G(TS_4)$, так как $\neg(Q_{TS_4} \xrightarrow{a} Q_1 \Rightarrow \exists Q' \,.\, Q_{TS'_4} \xrightarrow{a} Q')$. Кроме того, не верно, что $G(TS_4) \sqsubseteq_{\Pi_2}^{\emptyset,V} G(TS'_4)$, так как $\neg(Q_{TS_4}.acc \subset\subset Q_{TS'_4}.acc)$, т.е. $(Q_{TS_4}, Q_{TS'_4}) \notin \Pi_2$.

Определим $\beta(TS, TS')$ как множество пар вершин графов классов, достижимых посредством одинаковых строк из начальных вершин соответствующих графов: $\beta(TS, TS') = \{(Q, Q') \in V_{TS} \times V_{TS'} \mid s \in L(G(TS)) \cap L(G(TS')),\ Q \in Der(Q_{TS}, s),\ Q' \in Der(Q_{TS'}, s)\}$.

Следующее утверждение характеризует введенные понятия бисимуляции и пребисимуляции.

Утверждение 2. $\forall \Pi \subseteq U,\ \psi_z, \phi_z \in \{\emptyset, V\}(\neg(\psi_z = \phi_z = \emptyset))$ *выполняется*

1. $G(TS) \sqsubseteq_\Pi^{\psi_z,\phi_z} G(TS') \iff \beta(TS, TS')$ *—* $\langle \Pi, \psi_z, \phi_z \rangle$*-пребисимуляция между* $G(TS)$ *и* $G(TS')$,
2. $G(TS) \sim_\Pi G(TS') \iff \beta(TS, TS')$ *—* Π*-бисимуляция между* $G(TS)$ *и* $G(TS')$.

Доказательство.

1$\Rightarrow$ Пусть существует β — $\langle \Pi, \psi_z, \phi_z \rangle$-пребисимуляция между $G(TS)$ и $G(TS')$. Возьмем произвольную вершину $(Q, Q') \in \beta(TS, TS')$. Тогда существует $s = z_1 \ldots z_n \in L(G(TS)) \cap L(G(TS'))(n \in \mathbf{N}_0)$ такая, что $Q \in Der(Q_{TS}, s)$ и $Q' \in Der(Q_{TS'}, s)$. Согласно определению $Der(Q_{TS}, s)$ и $Der(Q_{TS'}, s)$ существуют $(Q_i)_{0 \le i \le n}$ и $(Q'_i)_{0 \le i \le n}$ такие, что $Q_{TS} = Q_0 \xrightarrow{z_1} Q_1 \ldots Q_{n-1} \xrightarrow{z_n} Q_n = Q$ и $Q_{TS'} = Q'_0 \xrightarrow{z_1} Q'_1 \ldots Q'_{n-1} \xrightarrow{z_n} Q'_n = Q'$. Покажем, что $(Q, Q') \in \beta$. Проведем доказательство индукцией по n.

$n = 0$**.** Непосредственно следует из определения $\langle \Pi, \psi_z, \phi_z \rangle$-пребисимуляции.

$n > 0$**.** Согласно определению $\beta(TS, TS')$ $(Q_{n-1}, Q'_{n-1}) \in \beta(TS, TS')$. Тогда по предположению индукции получаем $(Q_{n-1}, Q'_{n-1}) \in \beta$. Без потери общности предполагаем, что $\psi_z \ne \emptyset$. Таким образом, имеем $Q'_{n-1} \in \psi_z$ и $Q_{n-1} \xrightarrow{z_n} Q$. Из определения $\langle \Pi, \psi_z, \phi_z \rangle$-пребисимуляции получаем $\exists Q'' \in V_{TS'} \,.\, Q'_{n-1} \xrightarrow{z_n} Q''$ и $(Q, Q'') \in \beta$. Тогда согласно следствию леммы 2 верно $Q' = Q''$, т.е. $(Q, Q') \in \beta$.

1$\Leftarrow$ Следует из определения $\langle \Pi, \psi_z, \phi_z \rangle$-пребисимуляции.

2$\Rightarrow$ Пусть β является Π-бисимуляцией между $G(TS)$ и $G(TS')$. Возьмем произвольную вершину $(Q, Q') \in \beta(TS, TS')$. Тогда существует $s = z_1 \dots z_n \in L(G(TS)) \cap L(G(TS'))(n \in \mathbf{N}_0)$ такая, что $Q \in Der(Q_{TS}, s)$ и $Q' \in Der(Q_{TS'}, s)$. Согласно определению $Der(Q_{TS}, s)$ и $Der(Q_{TS'}, s)$ существуют $(Q_i)_{0 \le i \le n}$ и $(Q'_i)_{0 \le i \le n}$ такие, что $Q_{TS} = Q_0 \xrightarrow{z_1} Q_1 \dots\ Q_{n-1} \xrightarrow{z_n} Q_n = Q$ и $Q_{TS'} = Q'_0 \xrightarrow{z_1} Q'_1 \dots Q'_{n-1} \xrightarrow{z_n} Q'_n = Q'$. Покажем, что $(Q, Q') \in \beta$. Проведем доказательство индукцией по n.

$n = 0$**.** Непосредственно следует из определения П-бисимуляции.

$n > 0$**.** Согласно определению $\beta(TS, TS')$ $(Q_{n-1}, Q'_{n-1}) \in \beta(TS, TS')$. Тогда по предположению индукции получаем $(Q_{n-1}, Q'_{n-1}) \in \beta$. Кроме того, выполняется (1) $Q_{n-1} \xrightarrow{z_n} Q$ и (2) $Q'_{n-1} \xrightarrow{z_n} Q'$. Рассмотрим случай (1) (случай (2) симметричен). Из определения П-бисимуляции следует $\exists Q'' \in V_{TS'}\ .\ Q'_{n-1} \xrightarrow{z_n} Q''$ и $(Q, Q'') \in \beta$. Тогда согласно следствию леммы 2 верно $Q' = Q''$, т.е. $(Q, Q') \in \beta$.

2$\Leftarrow$ Следует из определения П-бисимуляции. □

Используя утверждение 2(1), легко установить, что $G(TS_3) \sqsubseteq_{\Pi_2}^{\emptyset, V} G(TS'_3)$ и $\neg(G(TS'_3) \sqsubseteq_{\Pi_2}^{\emptyset, V} G(TS_3)$, так как $(Q'_1, Q_1), (Q'_5, Q_5) \notin \Pi_2$, т.е. $\beta(TS'_3, TS_3)$ не является $\langle \Pi_2, \emptyset, V \rangle$-пребисимуляцией между $G(TS'_3)$ и $G(TS_3)$.

5. РАСПОЗНАВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ ТЕСТОВЫХ ОТНОШЕНИЙ

В данном разделе устанавливаем взаимосвязь между временными тестовыми отношениями между временными структурами событий и отношениями бисимуляции и пребисимуляции между соответствующими графами классов.

Теорема 1. *1. $TS \le_{may} TS' \iff G(TS) \sqsubseteq_U^{V, \emptyset} G(TS')$.*

2. $TS \le_{must} TS' \iff G(TS) \sqsubseteq_{\Pi_2}^{\emptyset, V} G(TS')$.

3. $TS \le_{test} TS' \iff G(TS) \sqsubseteq_{\Pi_2}^{V, V} G(TS')$.

Доказательство.

1$\Leftarrow$ Пусть $G(TS) \sqsubseteq_U^{V, \emptyset} G(TS')$. Согласно утверждению 2(1) $\beta(TS, TS')$ является $\langle U, V, \emptyset \rangle$-пребисимуляцией между $G(TS)$ и $G(TS')$. Из утверждения 1 (а) и леммы 1 следует, что достаточно показать $L(G(TS)) \subseteq L(G(TS'))$. Возьмем произвольное $s \in L(G(TS))$. Покажем, что $s \in L(G(TS'))$ индукцией по длине s.

$s = \epsilon$**.** Очевидно.

$s = s'z$**.** По предположению индукции получаем $s' \in L(G(TS'))$.

Тогда по определению $\beta(TS, TS')$ верно $(Q, Q') \in \beta(TS, TS')$ для $Q \in Der(Q_{TS}, s')$ и $Q' \in Der(Q_{TS'}, s')$. Кроме того, так как $Q'' \xrightarrow{z}$ для некоторого $Q'' \in Der(Q_{TS}, s')$, то, согласно следствию леммы 2, $Q \xrightarrow{z}$. Таким образом, имеем $Q' \in \psi_z$ и $Q \xrightarrow{z} Q_1$ для некоторого $Q_1 \in V_{TS}$. Так как $\beta(TS, TS')$ — $\langle U, V, \emptyset\rangle$-пребисимуляция между $G(TS)$ и $G(TS')$, то существует $Q'_1 \in V_{TS'}$ такая, что $Q' \xrightarrow{z} Q'_1$ и $(Q_1, Q'_1) \in \beta(TS, TS')$. Следовательно, $s \in L(G(TS'))$.

1⇒ Докажем, что $\beta(TS, TS')$ является $\langle U, V, \emptyset\rangle$-пребисимуляцией между $G(TS)$ и $G(TS')$. $(Q_{TS}, Q_{TS'}) \in \beta(TS, TS')$ по определению. Пусть $(Q, Q') \in \beta(TS, TS')$. По определению $\beta(TS, TS')$ можем найти $s \in L(G(TS)) \cap L(G(TS'))$ такую, что $Q \in Der(Q_{TS}, s)$ и $Q' \in Der(Q_{TS'}, s)$. Согласно определению V верно $Q' \in V$. Предположим, что $Q \xrightarrow{z} Q_1$. Тогда $sz \in L(G)TS))$. Так как $TS \leq_{may} TS'$, то согласно утверждению 1 (а) и лемме 1 имеем $L(G(TS)) \subseteq L(G(TS'))$. Следовательно, $sz \in L(G(TS'))$. Тогда $Q_{TS'} = Q_0 \xrightarrow{z_1} Q'_1 \ldots \xrightarrow{z_n} Q'_n \xrightarrow{z} Q'_{n+1}$ для некоторых $(Q_i)_{0 \leq i \leq n+1} \in V_{TS'}$, где $s = z_1 \ldots z_n$ $(n \in \mathbf{N}_0)$. Согласно следствию леммы 2 верно $Q' = Q'_n$, то есть $Q' \xrightarrow{z} Q'_{n+1}$. Кроме того, $(Q_1, Q'_{n+1}) \in \beta(TS, TS')$. В силу произвольности выбранного $(Q, Q') \in \beta(TS, TS')$ получаем, что $\beta(TS, TS')$ является $\langle U, V, \emptyset\rangle$-пребисимуляцией между $G(TS)$ и $G(TS')$.

2⇐ Из утверждения 1(б) следует, что достаточно доказать, что для любого $\langle w, d\rangle \in Dom(Act, \mathbf{N}_0)$. $Acc(TS, \langle w, d\rangle) \subset\subset Acc(TS', \langle w, d\rangle)$. По утверждению 2(1) $\beta(TS, TS')$ является $\langle \Pi_2, \emptyset, V\rangle$-пребисимуляцией между $G(TS)$ и $G(TS')$, т.е. $\beta(TS, TS')$ — $\langle U, \emptyset, V\rangle$-пребисимуляция между $G(TS)$ и $G(TS')$ и $\beta(TS, TS') \subseteq \Pi_2$. Тогда из определения $\langle U, \emptyset, V\rangle$-пребисимуляции очевидным образом получаем, что $\beta(TS', TS)$ является $\langle U, V, \emptyset\rangle$-пребисимуляцией между $G(TS')$ и $G(TS)$.

Следовательно, согласно п. 1 верно $TS' \leq_{may} TS$. Применяя утверждение 1(а) и лемму 1, получаем $L(G(TS')) \subseteq L(G(TS))$. Возьмем произвольное $\langle w, d\rangle \in L(TS')$. Пусть $s = \rho^*(\langle w, d\rangle)$. Тогда, согласно определению $\beta(TS, TS')$, $(Q, Q') \in \beta(TS, TS')$, где $Q \in Der(Q_{TS}, s)$ и $Q' \in Der(Q_{TS'}, s)$. Так как $\beta(TS, TS') \subseteq \Pi_2$, то $(Q, Q') \in \Pi_2$. Из определения Π_2 и леммы 2(2) следует $Acc(TS, \langle w, d\rangle) \subset\subset Acc(TS', \langle w, d\rangle)$. В силу произвольности выбранного $\langle w, d\rangle$ получаем $TS \leq_{must} TS'$.

2⇒ Докажем, что $\beta(TS, TS')$ является $\langle \Pi_2, \emptyset, V\rangle$-пребисимуляцией между $G(TS)$ и $G(TS')$. Применяя следствие утверждения 1, получаем $TS' \leq_{may} TS$. Из п. 1 имеем, что $\beta(TS', TS)$ является $\langle U, V, \emptyset\rangle$-пребисимуляцией между $G(TS')$ и $G(TS)$. Тогда из определения $\langle U, V, \emptyset\rangle$-пребисимуляции очевидным образом получаем, что $\beta(TS, TS')$ является $\langle U, \emptyset, V\rangle$-пребисимуляцией между $G(TS)$ и $G(TS')$. Покажем, что $\beta(TS, TS') \subseteq \Pi_2$. Возьмем произвольную $(Q, Q') \in \beta(TS, TS')$. По определению $\beta(TS, TS')$ можем найти $s \in L(G(TS)) \cap L(G(TS'))$ такую, что $Q \in Der(Q_{TS}, s)$ и $Q' \in Der(Q_{TS'}, s)$. Пусть $\langle w, d\rangle = \rho_1(s)$. Тогда, используя утверждение 1(2), получаем $Acc(TS, \langle w, d\rangle) \subset\subset Acc(TS', \langle w, d\rangle)$. Из леммы 2(2) следует $Q.acc \subset\subset Q'.acc$. Это означает, что $(Q, Q') \in \Pi_2$. В силу произвольности выбранного (Q, Q') верно $\beta(TS, TS') \in \Pi_2$.

3⇐ По утверждению 2(1) $\beta(TS, TS')$ является $\langle \Pi_2, V, V\rangle$-пребисимуляцией между $G(TS)$ и $G(TS')$. Используя определение $\langle \Pi_2, V, V\rangle$-пребисимуляции получаем, что $\beta(TS, TS')$ является как $\langle U, V, \emptyset\rangle$-пребисимуляцией, так и $\langle \Pi_2, \emptyset, V\rangle$-пребисимуляцией. Тогда согласно пп. 1 и 2 верно $TS \leq_{may} TS'$ и $TS \leq_{must} TS'$. Следовательно, $TS \leq_{test} TS'$.

3⇒ Пусть $TS \leq_{test} TS'$. Это означает, что $TS \leq_{may} TS'$ и $TS \leq_{must} TS'$. Тогда, используя пункты 1, 2 и утверждение 2(1), получаем, что $\beta(TS, TS')$ является как $\langle U, V, \emptyset\rangle$-пребисимуляцией, так и $\langle \Pi_2, \emptyset, V\rangle$-пребисимуляцией. Покажем, что $\beta(TS, TS')$ является $\langle \Pi_2, V, V\rangle$-пребисимуляцией между $G(TS)$ и $G(TS')$. Из определения $\langle \Pi_2, \emptyset, V\rangle$-пребисимуляции получаем $\beta(TS, TS') \subseteq \Pi_2$. Из определения $\beta(TS, TS')$ имеем $(Q_{TS}, Q_{TS'}) \in \beta(TS, TS')$. Возьмем произвольную
$(Q, Q') \in \beta(TS, TS')$. Тогда выполнение условия 1 определения $\langle \Pi_2, V, V\rangle$-пребисимуляции следует из условия 1 определения $\langle U, V, \emptyset\rangle$-пребисимуляции между $G(TS)$ и $G(TS')$. Выполнение условия 2 следует из условия 2 определения $\langle \Pi_2, \emptyset, V\rangle$-пребисимуляции между $G(TS)$ и $G(TS')$. □

Теорема 2. *1.* $TS \simeq_{may} TS' \iff G(TS) \sim_U G(TS')$.
2. $TS \simeq_{must} TS' \iff G(TS) \sim_{\Pi_1} G(TS')$.
3. $TS \simeq_{test} TS' \iff G(TS) \sim_{\Pi_1} G(TS')$.

Доказательство. Сначала заметим, что, используя лемму 2(2), легко получить $Q'.acc = Q.acc \iff Q.acc \subset\subset Q'.acc \wedge Q'.acc \subset\subset Q.acc$.

1. $TS \simeq_{may} TS' \iff TS \leq_{may} TS' \wedge TS' \leq_{may} TS$

   $\overset{T.\ 1(1)}{\iff} G(TS) \sqsubseteq_U^{V,\emptyset} G(TS') \wedge G(TS') \sqsubseteq_U^{V,\emptyset} G(TS)$

   $\overset{\text{Утв. } 2(1)}{\iff}$ $\beta(TS,TS')$ и $\beta(TS',TS)$ являются $\langle U, V, \emptyset\rangle$-пребисимуляциями между $G(TS)$ и $G(TS')$

   $\overset{\text{Опр. } 5,\ 6}{\iff}$ $\beta(TS,TS')$ является U-бисимуляцией между $G(TS)$ и $G(TS')$

   $\overset{\text{Утв. } 2(2)}{\iff}$ $G(TS) \sim_U G(TS')$.
2. Аналогично п. 1, но с использованием теоремы 1(2).
3. Аналогично п. 1, но с использованием теоремы 1(3). □

Таким образом, проблема распознавания временных тестовых отношений сводится к проблеме распознавания отношений бисимуляции и пребисимуляции, алгоритмы решения которой хорошо изучены ([13, 5]). Но первые шаги к распознаванию - это построение графа классов для временной структуры событий. Алгоритм построения графа классов является модификацией алгоритма построения детерминированного графа [1]. Прежде чем привести сам алгоритм, введем дополнительно понятие графа состояний и рассмотрим алгоритм его построения.

В алгоритме построения графа классов нам понадобится понятие графа состояний. *Графом состояний* для TS называется помеченный ориентированный граф $G(ST) = (V_{ST}, E_{ST}, l_{ST})$, где множество вершин $V_{ST} \subseteq ST(TS)$ — множество достижимых из M_{TS} состояний TS, множество дуг E_{ST} — проекция отношения $\xrightarrow{z} \subseteq ST(TS) \times (Act_\tau \cup \{1\}) \times ST(TS)$ на множество $V_{ST} \times V_{ST}$, функция пометки $l_{ST} : E_{ST} \longrightarrow Act_\tau \cup \{1\}$ определяется следующим образом: $l((Q, Q_1)) = z \iff Q \xrightarrow{z} Q_1$ для $z \in Act_\tau \cup \{1\}$. Алгоритм построения графа состояний $G(ST)$ состоит в следующем.

Пусть $fireable(v)$ — функция, вычисляющая множество $\{z \in E \cup \{1\} \mid v \xrightarrow{z}\}$ для $v \in V_{ST}$ и $succ(v, z)$ вычисляет состояние, в которое v переходит посредством выполнения z, если $z \in E$, или посредством истечения 1, если $z = 1$.

Инициализация: $S := \emptyset$, $H := \emptyset$;
$v_0 := (\emptyset, 0)$; $V_{ST} := \{v_0\}$;
$E_{ST} := \emptyset$;
$l_{ST} := \emptyset$;
поместить v_0 в S;

Пока $S \neq \emptyset$ выполнять {

взять v из S;
если v не принадлежит H, то {
добавить v в H;
$F := fireable(v)$;
$\forall z \in F$ выполнять {
$v' := succ(v, z)$
$V_{ST} := V_{ST} \cup \{v'\}$;
$E_{ST} := E_{ST} \cup \{(v, v')\}$;
$l_{ST}(v, v') = \begin{cases} l(z), & \text{если } z \in E, \\ 1 & \text{иначе} \end{cases}$
добавить v' в S}}}.

Здесь S представляет собой множество состояний, которые должны быть рассмотрены, H — множество уже рассмотренных состояний.

Для вычисления числа состояний нам понадобится максимальное значение, которое может принять функция δ.

$$I = \{\bar{i} = (i_0, \ldots i_k) \mid \exists (e_j)_{j\in\bar{i}} \;.\; e_{i_0} < \ldots < e_{i_k} \;\wedge\; {}^{\bullet}e_{i_0} = \emptyset \;\wedge\; e_{i_k}^{\bullet} = \emptyset\},$$

$$c_{TS} = \max\{\sum_{i\in\bar{i}} \max D(e_i) \mid \bar{i} \in I\}.$$

Лемма 3. *Мощность множества $ST(TS)$ ограничено величиной*

$$2^{|E|} \cdot (c_{TS} + 1)^{|E|}.$$

Доказательство. Множество состояний $ST(TS)$ можно представить парой массивов $\langle\alpha, \beta\rangle$, определенных ниже.

Массив α — булевозначный E-индексированный массив, определяющий для всех $e \in E$, включено ли e в конфигурацию.

Массив β — E-индексированный массив, в котором каждому событию $e \in E$ сопоставлено одно из чисел 0, 1, $\cdots$, c_{TS}. Таким образом, массив β представляет набор значений функции δ, если и только если $\delta(e) = \beta(e)$ для любого $e \in E$.

Легко видеть, что число состояний ограничено числом пар $\langle\alpha, \beta\rangle$ описанной выше формы. Число способов выбора α ограничено числом различных подмножеств E, которое равно $2^{|E|}$. Для заданного α число способов выбора β оценивается как

$$(c_{TS} + 1)^{|E|}.$$

Таким образом, число состояний в TS ограничено величиной $2^{|E|} \cdot (c_{TS}+1)^{|E|}$. $\square$

Для вершины v графа $G(ST)$ существует не более $\mid E \mid$ выходных дуг, представляющих выполнение событий, и одна дуга, представляющая течение времени. Отсюда $\mid E_{ST} \mid$ ограничено величиной $O[(c_{TS} + 1)^{|E|}$.
$(\mid E \mid +1) \cdot 2^{|E|}]$. Тогда $G(ST)$ может быть построен за время $O[\mid V_{ST} \mid + \mid E_{ST} \mid]$.

Далее приведен алгоритм построения графа классов.

$Build((V_{ST}, E_{ST}, l_{ST}), (V_{TS}, E_{TS}), l_{TS}, Q \subseteq V_{ST}) : G(TS) \times V_{TS} =$
{
$Q := Q^{\tau}$;
если Q не принадлежит V_{TS}, то
{
$Q.acc := \{S(v) \mid v \in Q \ \wedge \ v \stackrel{\tau}{\not\to}\}$;
$V_{TS} := V_{TS} \cup \{Q\}$;
$\forall z \in \{z \in Act \cup \{1\} \mid \exists v \in Q \ . \ v \xrightarrow{z}\}$ выполнять
{
$Q_z := Der(Q, z)$
$((V_{TS}, E_{TS}, l_{TS}), Q') := Build((V_{ST}, E_{ST}, l_{ST}), (V_{TS}, E_{TS}, l_{TS}), Q_z)$
$E_{TS} := E_{TS} \cup \{(Q, Q')\}$;
$l_{TS}(Q, Q') = z$
}}
Вернуть $((V_{TS}, E_{TS}, l_{TS}), Q)$
}.

$((V_{TS}, E_{TS}, l_{TS}), Q_{TS}) := Build((V_{ST}, E_{ST}, l_{ST}), (\emptyset, \emptyset, \emptyset, \{v_0\})$.

Сложность алгоритма построения графа классов экспоненциальна, так как теоретически для каждого подмножества множества вершин графа состояний может существовать вершина в графе классов.

Теорема 3. *1. Проблема распознавания, верно ли для временных структур событий TS и TS', что $TS \leq_{may} TS'$ ($TS \simeq_{may} TS'$), разрешима.*

2. Проблема распознавания, верно ли для временных структур событий TS и TS', что $TS \leq_{must} TS'$ ($TS \simeq_{must} TS'$), разрешима.

3. Проблема распознавания, верно ли для временных структур событий TS и TS', что $TS \leq_{test} TS'$ ($TS \simeq_{test} TS'$), разрешима.

Доказательство. Строим граф классов согласно алгоритму, приведенному выше. Из теоремы 1 (2) получаем, что для решения поставленного вопроса достаточно проверить, являются ли построенные графы классов $G(TS)$ и $G(TS')$ пребисимулятивными (бисимулятивными). Согласно [5] существет алгоритм распознавания пребисимуляции и П-бисимуляции между $G(TS)$ и $G(TS')$. □

Заметим, что сложность упоминаемого алгоритма распознавания бисимуляции — $O(k * l)$ и алгоритма распознавания пребисимуляции — $O(k^4 * l)$, где $k =| V_{TS} | + | V_{TS'} |$, $l =| E_{TS} | + | E_{TS'} |$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. — М.: Мир., 1979 г.
2. Aceto L., Nicola R. De, Fantechi A. Testing equivalences for event structures// *Lect. Notes Comput. Sci.* — 1987. — Vol. 280. — P. 1–20.
3. Boudol G., Castellani I. Concurrency and atomicity// *Theoretical Comput. Sci.* — 1989. — Vol. 59. — P. 25–84.
4. Cleaveland R., Hennessy M. Testing equivalence as a bisimulation equivalence// *Lect. Notes Comput. Sci.* — 1989. — Vol. 407. — P. 11–23.
5. Cleaveland R., Parrow J., Steffen B. The Concurrency Workbench: A Semantics-Based Tool for the Verification of Concurrent Systems// *J. ACM.* — 1993. — Vol. 15, N. 1. — P. 36–72.
6. Cleaveland R., Zwarico A.E. A theory of testing for real-time// *Proc. 6th IEEE Logic, Information and Comput. Sci.* — 1991. - P. 110–119.
7. Nicola R. De, Hennessy M. Testing equivalence for processes// *Theoretical Computer Science.* — 1984. — Vol. 34. — P. 83–133.
8. Glabbeek R.J. van. The linear time – branching time spectrum II: the semantics of sequential systems with silent moves. Extended abstract// *Lect. Notes Comput. Sci.* — 1993. — Vol. 715. — P. 66–81.
9. Goltz U., Wehrheim H. Causal testing// *Lect. Notes Comput. Sci.* — 1996. — Vol. 1113. — P. 394–406.
10. Hennessy M., Milner R. Algebraic laws for nondeterminism and concurrency// *J. ACM.* — 1985. — Vol. 32. — P. 137–162.
11. Katoen J.-P., Langerak R., Latella D., Brinksma E. On specifying real-time systems in a causality-based setting// *Lect. Notes Comput. Sci.* — 1996. — Vol. 1135. — P. 385–404.
12. Murphy D. Time and duration in noninterleaving concurrency// *Fundamenta Informaticae.* — 1993. — Vol. 19. — P. 403–416.
13. Park D. Concurrency and automata on infinite sequences// *Lect. Notes Comput Sci.* — 1981. — Vol. 154. — P. 561–572.
14. Winskel G. An introduction to event structures// *Lect. Notes Comput Sci.* — 1989. — Vol. 354. — P. 364–397.

Е. Н. Боженкова

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОСТНЫХ ОТНОШЕНИЙ СТРУКТУР СОБЫТИЙ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ

Препринт
75

Рукопись поступила в редакцию 12.04.2000

Рецензент А. В. Вотинцева

Редактор Л. А. Карева

Подписано в печать 3.05.2000
Формат бумаги 60×84 1/16 Объем 1,6 уч.-изд.л., 1,8 п.л.
Тираж 50 экз.

ЗАО РИЦ "Прайс-курьер"630090, г. Новосибирск, пр. Акад. Лаврентьева, 6