# Модели последовательных программ в среде математических моделей вычислений

**Р. И. Подловченко**

В этом году исполняется 100лет со дня рождения Алексея Андреевича Ляпунова.

Закладывая основы отечественной кибернетики, А. А. Ляпунов вывел программирование из кустарного ремесла в науку, обладающую своим кругом проблем, решение которых требует развития собственной теории.

В 1952 году А.А. Ляпуновым был прочитан на механико-математическом факультете МГУ лекционный курс «Принципы программирования», в котором ставилась задача создания новых математических моделей вычислений — моделей программ. В такой модели должны быть определены её объекты — программы, введено отношение функциональной эквивалентности программ и исследованы фундаментальные проблемы математической теории вычислений — проблема эквивалентности и проблема построения систем эквивалентных преобразований (э.п.) программ.

Решение этих задач, пока на неформальном уровне, продемонстрировано А.А. Ляпуновым в статье «О логических схемах программ» (1958 г.). Наряду с понятием программы в ней введено и понятие схемы программы, игнорирующей некоторые свойства самой программы, но пригодной для изучения функциональной эквивалентности программ. Обоснованием к рассмотрению схем программ служит то, что для достаточно богатого класса функций, подлежащих программированию, неразрешимыми являются все семантические свойства функций (см. теорему Райса, 1959 г.).

В упомянутой статье А.А. Ляпунова фактически поставлена задача построения математической модели, объектами которой являются схемы программ. Язык схем программ, предложенный А.А. Ляпуновым, формализован его учеником Ю.И. Яновым в работе «О логических схемах алгоритмов» (1958 г.). Для рассмотренных в ней моделей решена проблема эквивалентности и построены системы э.п., полные в моделях.

Этим было положено начало теоретического программирования вообще и его разделу — теории схем программ в частности. В ней ведётся построение и изучение математических моделей вычислений, объекты которых называются схемами программ.

Из множества моделей, рассмотренных в данной теории, мы остановимся на алгебраических моделях программ, введённых автором в 1981 году. Их теория активно развивается, по сей день, и причиной тому не в малой степени является возможность применения результатов исследований в практическом программировании.

Последнее обусловлено следующими концепциями.

1. Исходным в теории является формализация понятия программы, восходящая к описанию реальных программ на алгоритмическом языке типа Паскаль и обеспечивающая изучение семантических свойств реальных программ обращением к формализованным программам.
2. Схема программы по своей структуре берётся совпадающей с программой, для которой она построена. Таким образом, всякое преобразование структуры схемы программы одновременно является преобразованием структуры соответствующей ей программы.
3. Все модели, объектами которых являются схемы программ, имеют общим их множество, отличаясь друг от друга отношением эквивалентности схем. Возникшее множество алгебраических моделей программ позволило выделить в нём аппроксимирующие модели, т.е. удовлетворяющие требованию: из эквивалентности схем программ в модели следует эквивалентность соответствующих им программ в определённом их классе, названном

аппроксимируемым. Таким образом, всякое эквивалентное преобразование структуры схемы, принадлежащей аппроксимирующей модели, является эквивалентным преобразованием структуры соответствующей схеме программы из аппроксимируемого класса.

4. Применяемая методика распознавания эквивалентности в алгебраической модели программ имеет своей конечной целью построения приемлемых по сложности распознающих алгоритмов. Такие алгоритмы применяются для частичного распознавания эквивалентности в аппроксимируемых классах программ.
5. Разработанная методика структурных исследований эквивалентных схем программ дала широкое множество моделей, для которых построены системы э.п., полные в модели.

Отметим связь алгебраических моделей программ с широко известными другими моделями схем программ.

В 1965 году В.М. Глушковым и А.А. Летичевским введены модели, объектами которых являются дискретные преобразователи. Это сделано без формализации понятия программы, следовательно, не затрагивался вопрос выделения аппроксимирующих моделей. Для моделей дискретных преобразователей широко исследовалась проблема эквивалентности, в результате чего найдены модели с разрешимой проблемой и модели с неразрешимой проблемой. Найденные модели составляют семейство, в котором для каждой из них существует адекватная ей алгебраическая модель программ, причём последняя является аппроксимирующей. Применяемая техника распознавания эквивалентности дискретных преобразователей приводит к распознающим алгоритмам экспоненциальной сложности. Так в теорию алгебраических моделей поступили факты моделей с разрешимой эквивалентностью, для которых требуется искать разрешающие алгоритмы приемлемой сложности.

В теорию алгебраических моделей пришли и результаты исследований, проведённых для моделей, объектами которых являются схемы программ с памятью (стандартные схемы в определении А.П. Ершова). В теории этих моделей не вводилась в явном виде формализация программы, но таковая совпадает с формализацией программы в случае алгебраических моделей программ. Далее. По любой модели со схемами программ над памятью можно построить адекватную ей алгебраическую модель программ, очевидным образом аппроксимирующую. Кроме разрозненных результатов по проблеме эквивалентности для схем программ над памятью, в теорию алгебраических моделей программ поступили факты, относящиеся к связи моделей с такими классическими моделями вычислений, как многоленточные и многоголовочные автоматы (основой их послужили исследования, проведённые Лакхемом, Парком и Патерсоном в 1970 г.).

Самостоятельные исследования в теории алгебраических моделей программ постепенно от установления отдельных результатов по проблеме эквивалентности и проблеме э.п. перешли в русло создания методик. К настоящему времени разработаны три методики: — две по распознаванию проблемы эквивалентности и одна — по решеню проблемы э.п.

Предложенная автором методика распознавания эквивалентности восходит к одноимённой методике, применяемой для конечных автоматов. Другая методика предложена В.А. Захаровым и использует для распознавания обобщение двухленточных автоматов.

Предстоит систематизация результатов, полученных в одном и другом случаях.

В заключение отметим, что полученные в теории алгебраических моделей программ результаты применяются не только в таких традиционных областях, как оптимизация и верификация реальных последовательных программ, но и в области, рассматривающей вопросы несанкционированного использования программ и выявления программных вирусов.