М.В. Шпак

О НЕКОТОРЫХ МЕТОДАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ АППАРАТУРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО КАРОТАЖА

При поиске, разведке и эксплуатации полезных ископаемых традиционными и одними из самых популярных являются методы каротажа с использованием электромагнитного поля. Их условно можно разделить на 3 типа:

– электрический на постоянном токе;
– низкочастотный индукционный;
– высокочастотный индукционный.

К первому типу относятся приборы бокового каротажа, многозондовые приборы электрического каротажа. Второй тип представлен различными вариациями приборов низкочастотного индукционного каротажа (частота — десятки кГц); ярким представителем третьего типа является ВИКИЗ.

Следует отметить, что на сегодняшний день сервисные компании зачастую пользуются «сырыми» данными со скважин без соответствующей обработки. Объясняется это тем, что создание алгоритмов интерпретации сопряжено с большими техническими и вычислительными сложностями.

Мы будем рассматривать первых 2 метода в силу того, что для ВИКИЗа на сегодняшний день создано достаточно много интерпретационных комплексов, а для первых двух методов алгоритмы имеют множество недостатков либо являются коммерческой тайной сервисных компаний.

Интерпретатора данных электромагнитного каротажа интересуют 3 параметра разреза: удельное электрическое сопротивление (УЭС) неизменной части пласта (Rp), УЭС зоны проникновения скважной жидкости (Rzp) и глубина проникновения, а точнее, отношение диаметра зоны проникновения к диаметру скважины (D/d). Таким образом, алгоритмы интерпретации должны решать обратную задачу электрического (в случае электрического каротажа на постоянном токе) и обратную задачу индукционного каротажа.

Алгоритмы интерпретации для них будут разными вследствие двух важных факторов:

1. Электрический каротаж является контактным методом, индукционный — нет.

2. При решении задачи индукционного каротажа можно использовать аналитические и полуаналитические методы, электрического — нет.

Рассмотрим эти методы подробнее.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ КАРОТАЖ НА ПОСТОЯННОМ ТОКЕ

В случае постоянных по времени полей и отсутствия объемных источников электростатический потенциал в расчетной области Ω определяется уравнением

$$\varphi\big|_{\Gamma_i^-} = \varphi\big|_{\Gamma_i^+} + \Delta\varphi, \tag{1}$$

При наличии дипольных горизонтальных источников в осесимметричных средах с изотропной проводимостью σ в цилиндрических координатах оператор L имеет вид

$$L\varphi = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\sigma r\frac{\partial\varphi}{\partial r}) - \frac{\partial}{\partial z}(\sigma r\frac{\partial\varphi}{\partial z}) - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\phi}(\frac{\sigma}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r})$$

Характерной для геофизических приложений является краевая задача, в которой требуется найти значения потенциалов V_k на электродах S_k при заданных величинах токов

$$Ik = \int_{S_л} \sigma\frac{\partial u}{\partial n}ds,\ k = 1,\ldots,N_e \tag{2}$$

При этом на внутренних границах раздела сред Γ_i должны выполняться условия сопряжения с возможными скачками потенциала и нормальной составляющей вектора напряженности $\vec{E} = -\sigma\nabla\varphi$

$$\varphi\big|_{\Gamma_i^-} = \varphi\big|_{\Gamma_i^+} + \Delta\varphi, \quad (\vec{E},\vec{n})\big|_{\Gamma_i^-} = (\vec{E},\vec{n})\big|_{\Gamma_i^+} + \Delta E \tag{3}$$

На внешних границах расчетной области из физических соображений ставятся краевые условия первого, второго или третьего рода:

$$\varphi\big|_{\Gamma 1} = g1,\ \left.\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_{\Gamma 2} = g2,\ \left.\varphi + \gamma\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_{\Gamma 3} = g3 \tag{4}$$

Полное решение такой задачи (1)–(4) представляется в виде

$$u = u^{(0)} + \sum_{k=1}^{Ne} u^{(k)}V_k \tag{5}$$

где $u^{(0)}$ удовлетворяет однородным условиям на электродах ($u^{(0)}|_{S_k} = 0$) и (3)–(4) на остальной Γ, а каждое частное решение $u^{(k)}$: $u^{(k)}|_{S_{k'}} = \delta_{k,k'}$, $k' = 1, \ldots, N_e$ и подчиняется однородным условиям (3) и (4) на Γ.

Решение такой задачи возможно либо реализацией различных методов решения прямой задачи электрического каротажа (например, описанной в [1]), либо с помощью различных пакетов с использованием методов конечных элементов (например Comsol Multiphysics).

Для решения обратной задачи электрического каротажа возможно использование различных методов, в том числе таких, как поиск решения в вертикальной плоскости в виде полинома, использование данных с других приборов для получения начального приближения и для исключения некоторых неизвестных параметров. Одним из перспективных методов является итерационный алгоритм, основанный на теории возмущений. Его описание дается в [1], математическое обоснование метода — в [2]. Одним из ключевых моментов такой методики является использование большого количества однопластовых палеток. Одной из основных проблем реализации этого метода является скорость решения прямой задачи, поэтому для эффективной работы комплекса в целом ключевым вопросом стоит создание быстрого алгоритма решения прямой задачи.

НИЗКОЧАСТОТНЫЙ ИНДУКЦИОННЫЙ КАРОТАЖ

В общем случае прибор индукционного каротажа состоит из излучателя и системы приемных катушек. Т.к. размеры прибора намного превосходят размеры излучающих и приемных катушек, их можно рассматривать как одиночные круговые витки, характеризующиеся своей площадью S. Будем рассматривать только приборы, имеющие осевую симметрию, т.е. такие, где оси излучающего витка и всех приемных витков совпадают. Тогда в однородной среде (вообще в среде, имеющей симметрию относительно оси прибора) электромагнитное поле обладает осевой симметрией, вектор-потенциал $\vec{A}$ имеет только компоненту вдоль φ (цилиндрические координаты (r,φ,z)), которую в дальнейшем будем обозначать просто A, и для которой можно записать цилиндрическое уравнение Гельмгольца:

$$\Delta_2 A - \frac{A}{r^2} + k^2 A = -\mu_0 \mu j_0 \qquad (6)$$

где $k^2 = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \omega^2 + i \mu_0 \mu \sigma \omega$, ε_0 и μ_0 — диэлектрическая и магнитная константы вакуума, ε и μ — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости окружающей прибор среды, σ — проводимость этой среды, ω — частота возбуждающего электромагнитное поле тока и j_0 — плотность распределения этого тока.

Итоговым результатом ПО интерпретации должно быть распределение проводимости в пространстве с осевой симметрией.

Используя приближенное выражение функции Грина (устремив размеры излучающих и приемных колец к нулю) для уравнения (6) итоговая проводимость среды дается выражением:

$$\sigma_k = \frac{2\pi}{S} \cdot \frac{L}{1-2^{-2/3}} \cdot \int \left[\frac{1}{\left(R_0^{(1)}\right)^3} - \frac{1}{2} \frac{1}{\left(R_0^{(2)}\right)^3} \right] G\left(x', x_o\right) r'^2 \, \sigma\left(x'\right) dx' \tag{7}$$

где $R_0^{(1,2)} = \left| x_{\text{r}}^{(1,2)} - x' \right|$ — расстояния от приемных витков до исследуемой точки, а G — функция Грина уравнения (6). Ядро интегрального оператора вместе с коэффициентом, стоящим перед интегралом, называют функцией отклика. Ее значение показывает, какая часть сигнала набирается в точке x' от проводимости $\sigma\left(x'\right)$.

Функция G и, соответственно, функция отклика f для произвольного распределения проводимости, к сожалению, неизвестна. Однако, в первом, так называемом Борновском приближении, когда в среднем проводимость среды мала, и индуцированные токи слабо влияют на распределение электромагнитного поля, можно считать, что $G = G^{\sigma=0}$. В этом случае функция отклика дается выражением:

$$f = \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{1-2^{-2/3}} \cdot \frac{\left(R_0^{(2)}\right)^3 - \left(R_0^{(1)}\right)^3 / 2}{\left(R_0^{(1)} R_0^{(2)} R_0\right)^3} r'^3 \tag{8}$$

Функции отклика далеки от нуля в достаточно большой области и принимают как положительные, так и отрицательные значения. Таким образом, измеряемая зондами величина σ_k является усредненной по большой площади и неудобна для интерпретации распределения проводимости в среде.

Один из методов построения решения обратной задачи основан на так называемых синтезированных зондах, описанных в работе [3]. Там дается представление о том, каким образом локализовать показания искусственно полученных зондов для дальнейшей интерпретации. Линейным преобразованием, которое мы можем произвести с функциями $\sigma_k^{(n)}$, является преобразование вида:

$$\tilde{\sigma}_k^{(m)}\left(z\right) = \sum_{n=1}^{N} \int w_{(n)}^{(m)}\left(z'\right) \sigma_k^{(n)}\left(z - z'\right) dz', \; m = 1 \ldots M \tag{9}$$

При этом веса $w_{(n)}^{(m)}$ подбираются согласно требуемому виду целевой функции.

На основе этого набора показаний можно построить решение обратной задачи. Эта возможность достигается путем решения следующей задачи:

$$\tilde{\sigma}^{(m)}\left(z\right) = f(Rp, Rzp, D/d),$$

функция *f* линейна по первым двум аргументам и нелинейна по третьему. Причем само D / d в общем случае зависит от *Rp*. Однако можно подобрать такие параметры преобразования (9), что в большом диапазоне *Rp* этой зависимостью можно пренебречь. Таким образом, мы получаем задачу о решении системы уравнений, линейной по двум и нелинейной по одному аргументу, решаемой численно.

При каротаже часто возникает необходимость в оценке параметров разреза «на лету». С этой целью разработан механизм определения параметров разреза, основанный на итерационном процессе выборки *Rp*, *Rzp* и D / d, удовлетворяющих показаниям зондов. Массив для выборки получен полуаналитическими методами, описанными в [4].

Поскольку в этом методе используется поточечный расчет, в дальнейшем возможна доработка метода с учетом разрешения каждого из зондов и частичной локализации по глубине. При этом мы приходим ко второму методу обратной задачи, результаты решения которой при тестировании на экспериментальных данных показывают удовлетворительную сходимость решения и восстановление параметров разреза. Однако при экстремальных значениях параметров скважины сходимость метода неудовлетворительная и требует дополнительно некоторых корректировок решения, таких как введения нормы при нахождении минимума разницы в показаниях зондов, расширение палеток на частные случаи.

В силу того, что для программ интерпретации требуется достаточно большие временные и аппаратные ресурсы, одним из возможных направлений дальнейшей деятельности видится создание более эффективных алгоритмов с использованием аналитических и полуаналитических методов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Друскин В.Л. Разработка методов интерпретации бокового каротажного зондирования в однородных осесимметричных средах, канд. дисс. / МГУ. М., 1984.
2. Друскин В.Л., Книжнерман Л.А. Об одном итерационном алгоритме решения двумерной обратной задачи электрокаротажа // Геология и геофизика. — 1987. — № 9. — С. 118–123.
3. Зимовец С.В., Шпак М.В. Программное обеспечение интерпретации прибора индукционного каротажа. Технологии Microsoft в теории и практике програм-

мирования // Тез. докл. Конф.-конкурса работ студентов, аспирантов и молодых ученых. — Новосибирск, 2007. — С. 194.

4. Кауфман А.А. Введение в теорию геофизических методов. Ч. 2. Электромагнитные поля. — М.: Недра, 2000. — 483 с.