На правах рукописи

Дубцов Роман Сергеевич

ТЕОРЕТИКО-КАТЕГОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СЕМАНТИКИ ОБЛАСТЕЙ СКОТТА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ С РЕАЛЬНЫМ ВРЕМЕНЕМ

05.13.11 — математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов, систем и компьютерных сетей

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск – 2008

Работа выполнена в Институте систем информатики им. А.П. Ершова Сибирского отделения Российской академии наук

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук Вирбицкайте И.Б.
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук Ломазова И.А.
	доктор физико-математических наук, профессор Морозов А.С.
Ведущая организация:	Ярославский государственный университет имени П.Г. Демидова

Защита состоится 26 декабря 2008 года в 16 час. 00 мин. на заседании диссертационного совета К 003.032.01 в Институте систем информатики имени А.П. Ершова СО РАН по адресу: 630090, Новосибирск, пр. Ак. Лаврентьева, 6

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале библиотеки Института систем информатики СО РАН

Автореферат разослан 25 ноября 2008 г.

Ученый секретарь
специализированного совета К 003.032.01
к.ф.-м.н. Мурзин Ф.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность. В настоящее время сфера применения аппаратных и программных систем с параллельной/распределенной архитектурой непрерывно расширяется, охватывая все новые области в самых различных отраслях науки, техники, образования, бизнеса и производства. К таким системам относятся коммуникационные протоколы, системы управления производством, распределенные операционные системы, параллельные базы данных и т.д. Параллельные/распределенные системы, как правило, состоят из большого числа компонентов со сложным характером взаимодействий, что затрудняет понимание природы протекающих в них разнообразных процессов. Проектирование и реализация корректных параллельных/распределенных систем возможны только при использовании формальных методов и средств, которые должны быть, с одной стороны, «дружественными» для разработчиков, а с другой - математически строгими, а также адекватно представлять структуру и поведение моделируемых систем.

Среди отечественных исследований по спецификации, моделированию и анализу сложных (в том числе, параллельных/распределенных) систем отметим работы Н.А. Анисимова, О.Л. Бандман, И.Б. Вирбицкайте, В.В. Воеводина, Н.В. Евтушенко, В.А. Захарова, Ю.Г. Карпова, В.Е. Котова, И.А. Ломазовой, В.Э. Малышкина, В.А. Непомнящего, А.К. Петренко, Р.Л. Смелянского, В.А. Соколова, Л.А. Черкасовой.

Теория параллельных систем и процессов — активно развивающаяся область компьютерных наук - изучает фундаментальные понятия и законы параллельной обработки информации и на основе обнаруженных закономерностей строит более частные формальные модели исследуемых объектов, на которых ставит и решает прикладные задачи. На основе результатов и рекомендаций теоретических исследований ведется поиск и проверка новых архитектурных принципов конструирования систем, изучаются методы распараллеливания алгоритмов и программ, разрабатываются новые конструкции параллельных языков программирования, проверяются способы анализа и верификации программных систем и т.д. За последние четыре десятилетия в теории параллелизма появилось большое разнообразие моделей и методов, предназначенных для спецификации, разработки и верификации систем. Среди формальных структурных моделей следует отметить сети Петри, системы переходов, системы переходов с независимостью, автоматы высших порядков, I/O-автоматы и т.д. Особое внимание в теории параллелизма отводится абстрактным семантическим моделям, позволяющим описывать и исследовать поведения параллельных систем. К таким моделям относятся деревья синхронизации, причинные деревья, структуры событий и т.д. Известно, что денотационная семантика и теория областей Скотта активно используются как математический базис для описания семантики последовательных программ, установления взаимосвязей между языками программирования, исследования типов данных языков программирования. Примененимость таких абстрактных методов к моделям параллельных систем и процессов всегда вызывало некоторый скептицизм. Однако в работах Винскеля было показано, что модели областей Скотта адекватно и полностью представляют семантику известных моделей параллелизма.

Большое мнообразие моделей, предложенных в теории параллелизма, требует их систематизации и унификации. Последнее десятилетие методы теории категорий стали активно использоваться для описания, изучения и сравнительного анализа параллельных моделей. Основная идея подхода заключается в следующем. Объекты категорий представляют процессы, морфизмы соответствуют взаимосвязям между поведениями процессов. Тот факт, что одна модель более выразительна, чем другая, формально выражается в терминах вложений (или прообразов). На основе данного подхода были исследованы взаимосвязи между различными параллельными моделями: сетями Петри, сетями-процессами, структурами событий и областями Скотта; системами переходов с независимостью (высших порядков) и структурами событий (высших порядков), системами переходов с независимостью и асинхронными системами переходов; (асинхронными) системами переходов и сетями Петри; автоматами высших порядков и асинхронными системами переходов и т.д.

В последнее десятилетие резко возрос интерес к разработке и исследованию параллельных систем, поведение которых в значительной степени зависит от количественных временных характеристик, — параллельных систем реального времени. Поэтому в литературе были сделаны попытки ввести понятие времени в различные формальные модели. В результате появились такие модели, как временные автоматы, временные системы переходов, временные сети-процессы, временные структуры событий, временные частично-упорядоченные множества и т.д. За последние пять лет были хорошо изучены взаимосвязи между временными сетями Петри и временными автоматами. Однако известно не так много результатов по сравнительному анализу других временных параллельных моделей. Причем работы с использованием теоретико-категорных методов, на сколько нам известно, совсем отсутсвуют. Кроме того, следует отметить, что семантика «истинного параллелизма» моделей с реальным временем также недостаточна изучена в литературе.

В рамках диссертационной работы предпринимается попытка заполнить указанные пробелы.

Все вышесказанное говорит об **актуальности исследований**, проводимых в рамках диссертационной работы.

Цель диссертации состоит в развитии и обобщении теоретико-категорных методов спецификации и верификации параллельных систем реального времени. Достижение цели связывается с решением следующих задач:

1. разработка и развитие формальных моделей параллельных систем реального времени;
2. построение и исследование абстрактной семантики временных параллельных моделей в терминах областей Скотта;
3. развитие и применение теоретико-категорных методов сравнительного анализа, классификации и унификации параллельных моделей с реальным временем.

Методы исследований. В рамках данной работы использовались методы и понятия теории категорий, теории множеств, теории графов, теории автоматов и теории частичных порядков. В качестве формальных моделей параллелизма применялись первичные, расслоенные и стабильные структуры событий, сети Петри и системы переходов с независимостью и их временные расширения.

Научная новизна. В результате выполненных исследований автором разработаны оригинальные методы решения задач построения семантики «истинного параллелизма» и установления взаимосвязей моделей параллельных систем реального времени. Следующие результаты, полученные в диссертации, полностью раскрывают научную новизну:

- Разработаны временные расширения моделей с семантикой «истинного параллелизма» — временные первичные/расслоенные/стабильные структуры событий, а также временные системы переходов с независимостью.
- Построена семантика помеченных областей Скотта для временных структур событий, временных систем переходов с независимостью и временных сетей Петри.
- Определены и изучены категории введенных временных моделей, между которыми установлены строгие взаимосвязи в терминах существования корефлексий.

Практическая ценность. Полученные результаты носят в основном теоретически характер. Тем не менее, они могут быть применены при разработке модулей автоматического построения семантических представлений, эквивалентных преобразований и верификации параллельных процессов, а также оптимизации параллельных программных систем.

Личный вклад автора. Все результаты, представленные в диссертации, получены автором лично. Постановки задач выполнены научным руководителем И.Б. Вирбицкайте.

Апробация работы. Основные идеи и конкретные результаты диссертационной работы обсуждались на следующих международных и отечественных научных конференциях и семинарах:

- XLI Международная научная студентческая конференция «Студент и научно-технический прогресс» (Россия, Новосибирск, 2003);
- Международная научно-практическая конференция по прорамммированию УкрПРОГ'2004 (Украина, Киев, 2004);
- International Conference on Parallel Computing Technologies

PaCT'2005 (Krasnoyarsk, Russia, 2005);

- International Andrei Ershov Memorial Conference on Perspectives of System Informatics on (Novosibirsk, Russia, 2006);
- 15th International Workshop «Concurrency, Specification and Programming» (Vandlidz, Germany, 2006);
- IX всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (Россия, Кемерово, 2008);
- 17th International Workshop «Concurrency, Specification and Programming» (Gross Vaeter See, Germany, 2008).

Кроме того, доклады по теме работы были сделаны на ряде семинаров Института систем информатики СО РАН (г. Новосибирск) и кафедр Новосибирского государственного университета.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 9 научных работ, в том числе 1 — в изданиях, рекоммендуемых ВАК, 1 — в научном журнале, 6 — в трудах международных и отечественных конференций и семинаров.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе рассматриваются определения базовых понятий, связанных с теорией категорий, областями Скотта и моделями теории параллельных систем и процессов: структурами событий, системами переходов с независимостью, сетями Петри и сетями-процессами.

Вторая глава посвящена теоретико-категорному исследованию различных классов временных структур событий и построению для них семантических областей Скотта.

В *разделе 2.1* вводится модель *помеченных областей*. Помеченная область $(D, \sqsubseteq, m)$ состоит из первично-алгебраической, финитарной, когерентной области Скотта $(D, \sqsubseteq)$ и пометки $m : I \to \{0, 1\}$, где $I = \{[d, d'] \mid d \prec d'\}$ — *множество первичных интервалов* и $d \prec d' \iff (d \sqsubseteq d') \wedge (d \neq d') \wedge (\forall d'' \,.\, (d \sqsubseteq d'' \sqsubseteq d') \Rightarrow (d'' = d \vee d'' = d'))$ — отношение *покрытия*. Пометка позволяет моделировать два типа действий системы: мгновенные, которые не потребляют времени, и помечаются нулем, и задержанные, которые потребляют единицу времени и помечаются единицей. При этом естественно потребовать, чтобы эквивалентные первичные интервалы, соответствующие одному и тому же действию системы, были помечены одинаково. Пометка позволяет задать новые отношения между элементами области: *помеченное покрытие* $d \prec^i d' \iff d \prec d' \wedge m([d, d']) = i$, $d \preccurlyeq^i d' \iff d \prec^i \vee d = d'$ и *помеченное отношение порядка* $\sqsubseteq^i = (\prec^i)^*$. Далее, вводится понятие *нормы* элемента. Для компактного элемента $d \in D$ его *норма вдоль покрывающей цепи* $\sigma = \perp \prec^{k_1} d_1 \prec^{k_2} \cdots \prec^{k_n} d_n = d$ определяется как $\|d\|_\sigma = \sum_{i=1}^n k_i$. Так как $(D, \sqsubseteq)$ — первично-алгебраическая область Скотта, то это определение не зависит от выбора σ, т.е. можно говорить о *норме* $\|d\|$. Для произвольного элемента $d \in D$ норма определяется следующим образом $\|d\| = sup\{\|d'\| \mid d' \sqsubseteq d \wedge d'$ — компактный$\}$. Неформально говоря, норма показывает, какое количество задержанных действий должна совершить система чтобы попасть в состояние, задаваемое данным элементом. Определяются свойства помеченных областей. Помеченная область $(D, \sqsubseteq, m)$ называется

- *регулярной*, если для любых $d, d' \in D$ таких, что $d \uparrow d'$ (т.е. существует $d'' \in D$ такой, что $d \sqsubseteq d''$ и $d' \sqsubseteq d''$) справедливо, что для всех $d_1, d_1' \in D$, таких, что $d \sqsubseteq^1 d_1$ и $d' \sqsubseteq^1 d_1'$, верно $d_1 \uparrow d_1'$;
- *линейной*, если для каждого элемента $d \in D$ такого, что $\|d\| < \infty$, частично-упорядоченное множество $(\{d' \in D \mid d \sqsubseteq^i d'\}, \sqsubseteq)$ изоморфно $(\mathbb{N}, \leq)$, где $\mathbb{N}$ — множество натуральных чисел.

Рассмотрим помеченные области $(D, \sqsubseteq, m)$ и $(D', \sqsubseteq', m')$. Для $i = 0, 1$, будем говорить, что отображение $f : D \to D'$ *сохраняет* $\prec^i$ $(\preccurlyeq^i)$, если для всех $d, d' \in D$ из $d \prec^i d'$ следует $f(d) \prec^i f(d')$ $(f(d) \preccurlyeq^i f(d'))$. Было показано, что регулярные линейные помеченные области вместе с морфизмами — аддитивными, стабильными отображениями, сохраняющими $\preccurlyeq^0$ и $\prec^1$ — образуют категорию **MDom**.

В *разделе 2.2* вводятся модели временных первичных, расслоенных и стабильных структур событий. Предполагается, что время задается неотрицательными целыми числами и делится на счетное количество тактов. При этом имеются глобальные часы, которые запускаются вместе с началом функционирования структуры и значение которых увеличивается на единицу при каждом тиканье часов. Начальное значение часов обычно предполагается равным 0. *Временная первичная/расслоенная/стабильная структура* — это четверка $(E, \Box, \#, \Delta)$, где $(E, \Box, \#)$ — первичная/расслоенная/стабильная структура событий[1] и $\Delta : E \to \mathbb{N}$ — функция *временных задержек*. Если $\Delta(e) = t$, то событие e может произойти не раньше, чем все его предшественники произойдут и часы покажут значение t. При этом само событие происходит мгновенно. Состояния временных структур описываются в терминах временных конфигураций. *Временная конфигурация* — это пара (C, t), где C — конфигурация (бесконфликтное, левозамкнутое относительно $\Box$ множество событий) и $t \in \widetilde{\mathbb{N}}$ ($\widetilde{\mathbb{N}} = \mathbb{N} \cup \{\infty\}$) — текущее значение глобальных часов такое, что $\Delta(e) \leq t$ для каждого $e \in C$. Пусть $TConf(TE)$ — множество временных конфигураций временной структуры TE. Определим $(C, t) \longrightarrow (C', t')$, если $C \subseteq C'$ и $t \leq t'$ – *отношение перехода* на временных конфигурациях. Очевидно, что отношение $\longrightarrow$ задает частичный порядок на множестве $TConf(TE)$. Кроме того, верна следующая

Теорема 2.1. *Пусть $TE = (E = (E, \Box, \#), \Delta)$ — временная структура и $TConf(TE)$ — множество ее временных конфигураций. Тогда $(TConf(TE), \longrightarrow)$ — первично-алгебраическая, финитарная, когерентная область Скотта.*

Определим $\rightsquigarrow = \longrightarrow \setminus \longrightarrow^2$ — отношение *непосредственного перехода* между временными конфигурациями. Понятно, что отношение $\rightsquigarrow$ может быть разбито на два непересекающихся отношения: $(C, t) \rightsquigarrow^0 (C', t') \iff C' \setminus C = \{e\} \wedge t = t'$ (*непосредственный переход по событию*) и $(C, t) \rightsquigarrow^1 (C', t') \iff C' = C \wedge t < \infty \wedge t + 1 = t'$ (*непосредственный переход по времени*).

Пусть $TE = (E, \Box, \#, \Delta)$ и $TE' = (E', \Box', \#', \Delta')$ — временные структуры и $\theta : E \to^* E'$ — частичное отображение. Тогда $\theta : TE \to TE'$ — *морфизм*, если $\theta : (E, \Box, \#) \to (E', \Box', \#')$ — морфизм структур событий и для каждого события $e \in \operatorname{dom} \theta$ верно $\Delta'(\eta(e)) \leq \Delta(e)$. Было показано,

[1]Тройка $(E, \Box, \#)$ — первичная/расслоенная/стабильная структура, если E — счетное множество *событий*, $\Box$ — отношение *причинной зависимости/расслоения/разрешения* и $\#$ — иррефлексивное, семетричное отношение *конфликта*.

что временные первичные, расслоеные и стабильные структуры событий с морфизмами, определенными выше, образуют категории **TPES**, **TBES** и **TSES** соответственно.

В *разделе 2.3* сначала устанавливается, что множества временных конфигураций временных структур событий образуют линейные, регулярные помеченные области, пометка в которых определяется при помощи отношений $\leadsto^0$ и $\leadsto^1$. Используя этот факт, строятся функторы $tpes.mdom$: **TPES** $\to$ **MDom**, $tbes.mdom$: **TBES** $\to$ **MDom** и $tses.mdom$: **TSES** $\to$ **MDom**.

Затем, определяется отображение $mdom.tpes$, переводящее помеченные области во временные первичные структуры, в которых события соответствуют классам эквивалентных первичных интервалов области, помеченных 0, и временные задержки событий определяются при помощи нормы. Доказывается следующий факт.

Теорема 2.2 (**MDom** $\cong$ **TPES**). *Отображение $mdom.tpes$ расширяется до функтора, сопряженного слева к функтору $tpes.mdom$, причем это сопряжение задает сопряженную эквивалентность категорий* **MDom** *и* **TPES**.

Далее, исследуются теоретико-категорные взаимосвязи между помеченными областями и временными расслоенными и стабильными структурами событий. Для этого сначала определяются функторы $tpes.tbes$: **TPES** $\to$ **TBES** и $tpes.tses$: **TPES** $\to$ **TSES**, которые переводят временные первичные структуры во временные расслоенные и стабильные структуры соответственно. Это позволяет построить функторы $mdom.tbes = tpes.tbes \circ mdom.tpes$: **MDom** $\to$ **TBES** и $mdom.tses = tpes.tses \circ mdom.tpes$: **MDom** $\to$ **TSES**, а также показать, что верна следующая

Теорема 2.3.

1. ($mdom.tbes \dashv tbes.mdom$) *Функтор $mdom.tbes$ сопряжен слева к функтору $tbes.mdom$, причем это сопряжение является корефлексией.*
2. ($mdom.tses \dashv tses.mdom$) *Функтор $mdom.tses$ сопряжен слева к функтору $tses.mdom$, причем это сопряжение является корефлексией.*

В заключение, устанавливаются теоретико-категорные взаимосвязи между различными классами временных структур событий. Определяются функторы $tbes.tpes = mdom.tpes \circ tbes.mdom : \mathbf{TBES} \to \mathbf{TPES}$ и $tses.tpes = mdom.tpes \circ tses.mdom : \mathbf{TSES} \to \mathbf{TPES}$, для которых верно следующее

Следствие 2.1.

1. ($tpes.tbes \dashv tbes.tpes$) *Функтор $tpes.tbes$ является левым сопряженным к функтору $tbes.tpes$, причем это сопряжение является корефлексией.*
2. ($tpes.tses \dashv tses.tpes$) *Функтор $tpes.tses$ является левым сопряженным к функтору $tses.tpes$, причем это сопряжение является корефлексией.*

Результаты, полученные во второй главе, представлены на следующей диаграмме.

$$
\begin{tikzcd}
\mathbf{TBES} \arrow[rr, shift left, "tbes.tpes"] \arrow[rr, phantom, "\top"] \arrow[dr, shift left, "tbes.mdom"] \arrow[dr, phantom, "\top"] & & \mathbf{TPES} \arrow[ll, shift left, "tpes.tbes"] \arrow[rr, shift right, "tpes.tses"'] \arrow[rr, phantom, "\top"] \arrow[d, shift left, "tpes.mdom"] \arrow[d, phantom, "\cong"] & & \mathbf{TSES} \arrow[ll, shift right, "tses.tpes"'] \arrow[dl, shift right, "tses.mdom"'] \arrow[dl, phantom, "\top"] \\
& & \mathbf{MDOM} \arrow[ull, shift left, "mdom.tbes"] \arrow[u, shift left, "mdom.tpes"] \arrow[urr, shift right, "mdom.tses"'] & &
\end{tikzcd}
$$

В **третьей** главе в рамках теорети-категорного подхода исследуются временные расширения систем переходов с независимостью и строится семантика помеченных областей данной модели.

В *разделе* 3.1 сначала определяется понятие *временной системы переходов с независимостью* (ВСПН) как пятерки $TTI = (S, s^I, L, TTran, TI)$, где S — множество *состояний*, s^I — *начальное состояние*, L — множество *меток*, $TTran \subseteq S \times L \times \mathbb{N}^+ \times S$ — множество *переходов* такое, что для любых переходов $(s, a, \delta, s'), (s, a, \delta', s') \in TTrans$ верно $\delta = \delta'$ (здесь

$\mathbb{N}^+$ — множество непустых конечных или бесконечных последовательностей натуральных чисел) и $TI \subseteq TTran \times TTran$ — иррефлексивное, симметричное *отношение независимости* на переходах, для которых верно:

1. $[\![TTI]\!] = (S, s_0, L, Tran, I)$ — система переходов с независимостью, где, если обозначить $[\![(s, a, \delta, s')]\!] = (s, a, s')$ для каждого перехода $(s, a, \delta, s') \in TTran$, то $Tran = \{[\![t]\!] \mid t \in TTran\}$, и $[\![t]\!] \; I \; [\![t']\!] \iff t \; TI \; t'$;
2. $(s, a, \delta, s') \sim (\bar{s}, a, \bar{\delta}, \bar{s}') \Rightarrow \delta = \bar{\delta}$.

Таким образом, с каждым переходом t связывается последовательность $\delta_t = (\delta_t(0), \ldots, \delta_t(n), \ldots)$ целочисленных задержек относительно глобального дискретного времени. Поведение ВСПН описывается в терминах временных вычислений. *Временное вычисление* — это (возможно, пустая) последовательность $\Pi = (t_1, d_1) \ldots (t_n, d_m)$, где пара (t_i, d_i) обозначает выполнение перехода t_i в момент времени d_i такая, что переход t_1 осуществляется из начального состояния s^I и соблюдены временные задержки переходов. Пусть $\mathrm{TComp}(TTI)$ — множество всех временных вычислений ВСПН TTI. Определяется подкласс временных систем переходов с независимостью — *событийные* ВСПН (сВСПН) — ациклические ВСПН, в которых с каждым переходом связана последовательность задержек, состоящая из единственного элемента.

Пусть $TTI = (S, s^I, L, TTran, TI)$ и $TTI' = (S', s^{I'}, L', TTran', TI')$ — ВСПН. Тогда пара $h = (\sigma, \lambda)$, где $\sigma : S \to S'$ и $\lambda : L \to^* L'$, является *морфизмом* $h : TTI \to TTI'$, если для любого временного вычисления $\Pi \in \mathrm{TPath}(TTI)$ верно $h(\Pi) \in \mathrm{TComp}(TTI')$, где $h(\Pi)$ естественным образом определяется по индукции, и для любых временных вычислений $\Pi, \Pi' \in \mathrm{TComp}(TTI)$ таких, что $\Pi \cong \Pi'$ (т.е. данные временные вычисления отличаются только порядком выполнения независимых переходов) верно $h(\Pi) \cong h(\Pi')$. Было показано, что ВСПН и сВСПН с морфизмами, определенными выше, образуют категории **TTSI** и **oTTSI** соотвественно.

Раздел 3.2 посвящен построению *развертки* ВСПН в сВСПН. Для этого определяется отображение $ttsi.ottsi$: **TTSI** $\to$ **oTTSI**, сопоставляющее ВСПН TTI ее развертку $OTTI$. Состояниями $OTTI$ являются классы $\cong$-эквивалентных временных вычислений $[\Pi]$ в TTI. Из состояния $[\Pi]$ существует переход t' в состояние $[\Pi']$, если в TTI существует переход t такой, что $\Pi' = \Pi(t, d)$ для некоторого $d \in \mathbb{N}$. Было дана теоретико-категорная характеризация построенному отображению.

Теорема 3.1 ($\hookrightarrow \dashv$ *ttsi.ottsi*). *Отображение ttsi.ottsi может быть расширено до функтора, который сопряжен к функтору включения* $\hookrightarrow$: $\mathbf{oTTSI} \to \mathbf{TTSI}$ *справа. Более того, это сопряжение является корефлексией.*

В *разделе* 3.3 строится семантика помеченных областей ВСПН. Для этого сначала устанавливаются теоретико-категорные взаимосвязи между сВСПН и временными первичными структурами. Определяется отображение $ottsi.tpes : \mathbf{oTTSI} \to \mathbf{TPES}$, переводящее сВСПН $OTTI$ во временную первичную структуру TP, события которой представлены классами эквивалентных переходов $OTTI$. Далее, вводится функтор $tpes.ottsi : \mathbf{TPES} \to \mathbf{oTTSI}$, строящий по временной первичной структуре TP сВСПН $OTTI$, состояниями которой являются определенного вида временные конфигурации TP и переходы которой соответствуют осуществлению событий TP. Доказывается следующий факт.

Теорема 3.2 ($tpes.ottsi \dashv ottsi.tpes$). *Отображение* $tpes.ottsi$ *может быть расширено до функтора* $tpes.ottsi : \mathbf{TPES} \to \mathbf{oTTSI}$ *который является сопряженным к функтору* $ottsi.tpes$ *слева. Более того, данное сопряжение является корефлексией.*

Чтобы завершить построение семантики помеченных областей ВСПН, доказывается

Теорема 3.3. *Пара функторов* $\hookrightarrow \circ\, tpes.ottsi \circ mdom.tpes$ *и* $tpes.mdom \circ ottsi.tpes \circ ttsi.ottsi$ *задает сопряжение между категориями* **TTSI** *и* **MDom**. *Более того, данное сопряжение является корефлексией.*

Установленные взаимосвязи приведены на диаграмме

$$\begin{tikzcd} \mathbf{TTSI} \arrow[r, shift left, "ttsi.ottsi"] \arrow[r, phantom, "\top"] & \mathbf{oTTSI} \arrow[l, hook', shift left] \arrow[r, shift left, "ottsi.tpes"] \arrow[r, phantom, "\top"] & \mathbf{TPES} \arrow[l, shift left, "tpes.ottsi"] \arrow[r, shift left, "tpes.mdom"] \arrow[r, phantom, "\cong"] & \mathbf{MDom} \arrow[l, shift left, "mdom.tpes"] \end{tikzcd}$$

В четвертой главе изучаются временные расширения сетевых моделей и определяется их семантика в терминах помеченных областей.

В *разделе 4.1* сначала вводится определение понятия *временных сетей-процессов* как четверки (B, E, G, Δ), где (B, E, G) — сеть-процесс и $\Delta : E \to \mathrm{Interv}$ — *функция временных интервалов*, где $\mathrm{Interv} = \{[a, b] \mid a \in \mathbb{N} \wedge b \in \widetilde{\mathbb{N}} = \mathbb{N} \cup \{\infty\}\}$. При этом Δ должна быть согласована с порядком причинной зависимости на событиях.

Будем называть $\Delta_\perp(e)$ *минимальной задержкой*, а $\Delta_\top(e)$ — *максимальной задержкой* события e. Поведение временных сетей-процессов описывается в терминах временных вычислений. *Временное вычисление* — это пара (π, T), состоящая из вычисления π безвременной сети-процесса (т.е. бесконфликтной подсети, имеющей те же входные условия) и функции $T : E_\pi \to \mathbb{N}$, сопоставлющей каждому событию вычисления момент времени, в который оно произошло. Существует два подхода к определению семантики временных сетей-процессов — «энергичный» и «ленивый». В «энергичной» семантике осуществление события форсируется, если все его предшественники произошли и счетчик глобального времени достиг значения, равного максимальной задержке этого события. Напротив, в «ленивой» семантике событие может и не произойти, даже если условия его осуществления выполнены. Множество временных вычислений временной сети-процесса TNP в «энергичной» и «ленивого» семантиках обозначим $\mathrm{TComp}(TNP)_e$ и $\mathrm{TComp}(TNP)_l$ соответственно.

Пусть $TNP = (B, E, G, \Delta)$ и $TNP' = (B', E', G', \Delta')$ — временные сети-процессы. Тогда пара (β, η), где $\beta \subseteq B \times B'$ — отношение и $\eta : E \to^* E'$ — частичное отображение, является *морфизмом* $(\beta, \eta) : TNP \to TNP'$, если для каждого временного вычисления $(\pi, T) \in \mathrm{TComp}_x(TNP)$ верно $(u(\pi), T')_x \in \mathrm{TComp}_x(TNP')$, где образ вычисления π определяется естественным образом, $T' \circ \eta = T$, и для всех событий $e, e' \in E_\pi$ верно $\eta(e) = \eta(e') \Rightarrow e = e'$. Здесь $x = l$, если определение дается в рамках «ленивой» семантики, и $x = e$, если — в рамках «энергичной».

Было показано, что временные сети-процессы с «энергичной» и «ленивой» семантиками вместе с определенными выше морфизмами образуют категории $\mathbf{TProc_e}$ и $\mathbf{TProc_l}$ соответственно. В каждой из них были выделены полные подкатегории $\mathbf{TProc_x^\infty}$ $(x = e, l)$ с объектами в виде временных сетей-процессов, в которых всем событиям присвоены максимальные задержки, равные ∞. Было показано, что построенные категории совпадают, т.е. $\mathbf{TProc}_{\mathbf{e}}^{\infty} = \mathbf{TProc}_{\mathbf{l}}^{\infty}$, а также для них было введено новое обозначение **TProc**.

Раздел 4.2 посвящен изучению построенных выше категорий. Доказываются **теоремы 4.1** и **4.2**, в которых формулируются необходимые и достаточные условия, при которых морфизм категорий $\mathbf{TProc}_{\mathbf{e}}$ и $\mathbf{TProc}_{\mathbf{l}}$ является эпи- или мономорфизмом соответственно. Полученные результаты переносятся в категорию **TProc**.

В *разделе 4.3* строится семантика помеченных областей временных сетей-процессов. Сначала устанавливаются взаимосвязи между категорией **TProc** и категорией **TPES** временных первичных структур событий в терминах существования корефлексии. Для этого определяется функтор $tproc.tpes : \mathbf{TProc} \to \mathbf{TPES}$, переводящий временную сеть-процесс TNP во временную первичную структуру событий TP, наследующую события, их задержки, конфликт и порядок причинной зависимости от TNP. Далее, определяется отображение $tpes.tproc : \mathbf{TPES} \to \mathbf{TProc}$, действующее в обратную сторону и сопоставляющее каждой временной первичной структуре событий TP временную сеть-процесс TNP, наследующий события и временные задержки TP. Доказывается
Теорема 4.3 ($tpes.tproc \dashv tproc.tpes$). *Отображение $tpes.tproc$ может быть расширено до функтора $tpes.tproc : \mathbf{TPES} \to \mathbf{TProc}$, который сопряжен к функтору $tproc.tpes : \mathbf{TProc} \to \mathbf{TPES}$ слева. Более того, это сопряжение является корефлексией.*

Чтобы завершить построение семантики помеченных областей временных сетей-процессов, показывается справедливость

Теорема 4.4 ($tpes.tproc \circ mdom.tpes \dashv tpes.mdom \circ tproc.tpes$). *Пара функторов $\hookrightarrow \circ\, tpes.ottsi \circ mdom.tpes$ и $tpes.mdom \circ ottsi.tpes \circ ttsi.ottsi$ задает сопряжение между категориями **TTSI** и **MDom**. Более того, данное сопряжение является корефлексией.*

Установленные взаимосвязи приведены на диаграмме

$$\begin{tikzcd}
\mathbf{TProc} \arrow[r, shift left, "tproc.tpes"] \arrow[r, phantom, "\top"] & \mathbf{TPES} \arrow[l, shift left, "tpes.tproc"] \arrow[r, shift left, "tpes.mdom"] \arrow[r, phantom, "\simeq"] & \mathbf{MDom} \arrow[l, shift left, "mdom.tpes"]
\end{tikzcd}$$

В разделе 4.4 определяются структура и поведение *временных сетей Петри.* Временная сеть Петри — это пятерка $TPN = (P, T, F, M_0, \delta)$, где (P, T, F, M_0) — сеть Петри и $\delta : T \to \mathbb{N}$ — ***функция статических задержек.*** Поведение временных сетей Петри описывается в терминах ***состояний*** (M, τ), которые представляют собой текущую разметку M и динамическую временную функцию τ, связанную с переходами сети, возможными в данной разметке.

Пусть $TPN = (P, T, F, M_0, \delta)$ и $TPN = (P', T', F', M_0', \delta')$ — временные сети Петри. Тогда пара (β, η), где $\beta \subseteq P \times P'$ — отношение и $\eta : T \to^* T'$ — частичное отображение, является ***морфизмом*** $(\beta, \eta) : TPN \to TPN'$, если $(\beta, \eta) : (P, T, F, M_0) \to (P', T', F', M_0')$ — морфизм сетей Петри и для любого перехода $t \in \operatorname{dom} \eta$ верно $\delta'(\eta(t)) \le \delta(t)$. Было показано, что временные сети Петри вместе с морфизмами, определенными выше, образуют категорию **TPetri**.

Раздел 4.5 посвящен построению семантики помеченных областей временных сетей Петри. Для этого вводится понятие развертки временных сетей Петри во временные сети-процессы. Для этого определяется функтор *tpetri.tproc*, которое переводит временную сеть Петри TPN во временную сеть-процесс $TPN^{(\omega)}$, являющуюся копределом последовательности $TNP^{(i)}$ разверток TNP на конечную глубину $i \in \mathbb{N}$. Установленные взаимосвязи приведены на диаграмме

$$\mathbf{TPetri} \xrightarrow{tpetri.tproc} \mathbf{TProc} \xrightarrow{tproc.tpes} \mathbf{TPES} \xrightarrow{tpes.mdom} \mathbf{MDom}$$

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

В рамках диссертационной работы были получены следующие результаты.

1. Введены временные расширения моделей параллельных процессов — первичных, расслоенных и стабильных структур событий. Для данных моделей построены и изучены категории, между которыми установлены взаимосвязи в терминах существования корефлексий.
2. Определены временные расширения моделей систем переходов с независимостью и событийных систем переходов с независимостью.

Построены и изучены категории этих моделей. Дана теоретико-категорная характеризация развертки временных систем переходов с независимостью в событийные временные системы переходов с независимостью. Установлена взаимосвязь между категорией временных первичных структур событий и категорией событийных систем переходов с независимостью в терминах существования корефлексии.

3. Построены и изучены категории временных расширений сетей Петри и сетей-процессов. Дана теоретико-категорная характеризация развертки временных сетей Петри во временные сети-процессы. Установлена взаимосвязь между категорией временных первичных структур событий и категорией временных сетей-процессов в терминах существования корефлексии.
4. Введена модель помеченных областей Скотта. На основе теоретико-категорных методов построена семантика помеченных областей для временных расширений моделей структур событий, систем переходов с независимостью и сетей Петри.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ Р.С. ДУБЦОВА

1. *Дубцов Р.С.* Исследование свойств категорий параллельных моделей с реальным временем // Материалы XLI международной научной студентческой конференции «Студент и научно-технический прогресс». – Новосибирск: 2003. – С. 109.
2. *Дубцов Р.С.* Критерии эпи- и мономорфизма в категориях моделей с реальным временем // Новосибирск, 2004. – (Препр./РАН. Сиб. отд-ние. ИСИ; №113) – 23 с.
3. *Дубцов Р.С.* Теоретико-категорная характеризация развертки временных сетей Петри // Проблемы программирования – 2004. – № 2-3 – С. 30-36.
4. *Dubtsov R.* Real-Time Event Structures and Scott Domains // Parallel Computing Technologies: Proc. / Ed. by V. Malyshkin. – Berlin a.o.: Springer-Verlag, 2005. – P. 42-48 – (Lect. Notes Comp. Sci.; 3606).
5. *Dubtsov R.* Semantic Domains for Real-Time Event Structures // Proc. 15th Intl. Workshop «Concurrency, Specification and Programming». – Wandlitz (Germany): 2006. – P. 186-194.

6. *Dubtsov R.* Real-Time Stable Event Structures and Marked Scott Domains: an Adjunction // Perspectives of System Informatics: Proc. / Ed. by A. Voronkov, et al. – Berlin a.o: Springer-Verlag, 2007. – P. 443-450. – (Lect. Notes Comp. Sci.; 4378).
7. *Вирбицкайте И.Б., Дубцов Р.С.* Семантические области временных структур событий // Программирование. – 2008. – №3. – С. 1-19.
8. *Дубцов Р.С.* Теоретико-категорные исследования систем переходов с независимостью // Материалы IX Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационных технологий. – Кемерово: 2008. – С. 78.
9. *Dubtsov R.S, Virbitskaite I.B.* A Comparative Account of Timed Event Structures // Proc. 17th Intl. Workshop «Concurrency, Specification and Programming». – Gross Vaeter See (Germany): 2008. – P. 500-511.

Подписано в печать 20.11.2008.
Формат бумаги 60×84 1/16 Усл. печ. л. 1
Тираж 100 экз.
Центр оперативной печати “Оригинал 2”
г.Бердск, ул. Островского, 55, оф. 02, тел. (383) 214 45 35