

АЛЬ-ХОРЕЗМИ: ПРОИСХОЖДЕНИЕ,
ЛИЧНОСТЬ, РАБОТЫ, ВЛИЯНИЕ

Х.Земанек

Вена, Австрия

ВВЕДЕНИЕ

Мы собрались здесь на этот симпозиум в одной из наиболее знаменитых и в то же время наиболее неведомых стран мира в честь одного из наиболее знаменитых и наиболее неизвестных математиков. Наш симпозиум - об алгоритме, одном из наиболее употребимых терминов в вычислительном деле, и в то же время мало кто знает, что этот термин происходит от имени математика и его страны: аль-Хорезми и Хорезм.

В средневековых манускриптах формула DIXIT ALGORIZMI - латинский эквивалент арабского QALA AL-KHOREZMI (по-немецки мы сказали бы ALSO SPRACH AL-KHOREZMI, а по-русски - ТАК СКАЗАЛ АЛЬ-ХОРЕЗМИ) - была сертификатом безупречной ясности и достоверности. Аль-Хорезми считался высшим авторитетом. Я хочу показать, как это случилось. В моем изложении я тоже буду следовать этой древней формуле: все цитирования аль-Хорезми в данной статье будут начинаться с DIXIT ALGORIZMI.

Конечно, алгоритмы изобрел не аль-Хорезми - это сознает каждый, кто сталкивался с алгоритмом Евклида - и даже не греки были изобретателями. История математики дает немало свидетельств тому, что много из древнегреческой математики и науки основывалось или было прямо заимствовано из более старых источников: вавлонских, египетских и других, нам неведомых. Также совершенно определено, что аль-Хорезми не был ни единственным, ни самым сильным математиком своего времени. Тем не менее, я надеюсь показать полную справедливость того, что "ал-

горитм" обессмертил его имя, что его считают наиболее совершенным представителем арабской математики и что мы цествуем его.

Ч А С Т Ь П Е Р В А Я

Позвольте мне начать с выражения благодарности двум конкретным лицам и небольшой группе людей - выдающимся представителям тех многих, кто принял участие в моей работе или способствовал ей. Два конкретных лица - это академики А.А.Дородницын и В.К.Кабулов, которые сделали для меня возможной поездку в Ургенч и Хиву три года назад. Эта поездка навсегда осталась в моей памяти и послужила тем стартером, который запустил мою программу исследования жизни и работ аль-Хорезми. В то же время поездка была связана с одним заблуждением. Если взглянуть во многие энциклопедии, мы обнаружим утверждение об идентичности Хорезма и Хивы. Я хотел побывать в Хиве и в течение нескольких лет беспокоил академиков, говоря, что хотел бы использовать любую возможную поездку в Ташкент, чтобы заехать в Хиву. Фактически Хорезм и Хива - это не одно и то же, однако примерно в течение четырех веков Хивинское ханство включало исторический оазис, прилегающий к большой реке и называвшийся Хорезмом. Хива (как город) существует, по-видимому, много дольше, чем это в данный момент может быть подтверждено археологическими свидетельствами, но она не была столицей Хорезма до 1511 г. До этого времени столицей был Катх, а потом Джорджания, сейчас известный как (старый) Куля Ургенч. Города в этом районе мира часто подвергались разрушениям, только некоторые из них восстанавливались, при этом иногда на другом месте. Вряд ли какой другой район мира имеет столь "подвижную" историю и географию.

Готовясь к поездке в Ташкент, я начал замечать, какую драгоценность я выбрал в своих мечтах - возможно, единственный сохранившийся в Центральной Азии полный ансамбль древней архитектуры. Мое первое посещение Хивы - не только благодаря академикам Кабулову и Дородницыну, но и в их компании - перешло в одно из крупнейших событий моей жизни, и когда вы попадете на этой неделе в Хиву, вы поймете, почему я немедленно оста-

Новил все мои другие исторические изыскания и сконцентрировался на исследовании аль-Хорезми.

Группа людей, которую я должен поблагодарить, — это библиотечные работники многих городов и организаций, помогшие получить доступ к тому знанию, которым я теперь обладаю. Естественно, трудно рассчитывать на открытие чего-то существенно нового о Хорезме, о хорезмийцах и об аль-Хорезми. Тем более, что мое знание тех языков, которые нужны для чтения первоисточников, — арабского, греческого, латыни, древнееврейского и ряда других — близко к нулю. То, что было в моих возможностях — это перечитать столь много вторичного материала, сколько я мог найти. Благодаря моим друзьям-библиотекарям это составило огромное количество. Конечно, никогда нельзя достичь полноты, но я надеюсь представить вам данные настолько надежные, насколько это возможно в настоящее время. В то же время это можно было бы сделать значительно полнее, если бы все арабские библиотеки отредактировали и издали бы свои сокровища, что позволило бы восполнить имеющиеся пробелы нашего знания.

Х О Р Е З М

Как я уже сказал, вы сейчас находитесь в крае, который — в терминах европейского образования — может быть охарактеризован как одна из старейших и все еще малоизвестных стран света. В определенном смысле, вы сейчас находитесь в самом центре древнего мира. Индусские астрономы проводили нулевой меридиан через город Арин (теперь Уджаин, 76° вост. долг. и 23° сев. шир.), полагая, что он находится в центре полушария, простирающегося от Океана на западе до Океана на востоке. Хорезм еще лучше подходит к роли центра, поскольку он поистине расположен в сердце евразийского континента: окружность радиуса 5000 км., т.е. квадрант Земли, прсходит через Могадишо, Толедо, Дублин, Шницберген, Якутск, Нанкин, Гонконг, Бангкок и охватывает юг Индии и Цейлон.

Когда Александр Македонский со своей армией захватил Центральную Азию и покорил Бактрию, хорезмский правитель весной 328 г. до н.э. двинулся навстречу Александру с предложением заключить союз и предоставил ему 1500 всадников вместе с пред-

ложением обрушиться на одного из своих врагов на востоке государства. Это была типичная хорезмийская хитрость. И она удалась. Александр и его армия так и не вторглись в Хорезм, а двинулись на северо-восток от Бактрии и реки Яксарт на юго-восток в сторону Индии. Именно из рассказов о походах Александра мы знаем название Хорезм, и теперь, 2300 лет спустя, русские употребляют название Хорезм, а на автомобильных номерах вы можете увидеть буквы ХЗ.

Часто слыша о Самарканде и Бухаре, мы обычно ничего не знаем о Хорезме, и даже специалисты располагают скудной информацией. Мало того, вплоть до конца XVII в. на европейских картах не показывалось Аральское море и реки Окс (Аму-Дарья) и Яксарт (Сыр-Дарья) направлялись прямо в Каспийское море. Это одно из главных географических заблуждений европейского знания восходит к древней легенде, согласно которой река Окс изменила русло и за 200 лет пробилась себе дорогу к Каспийскому морю. Позже я еще раз коснусь этой истории.

Весьма вероятно, что Хорезм был той самой страной, в которую спустился с гор Заратустра и, стало быть, родиной книг Авесты и Митры. Действительно, в Авесте, первоначально написанной на языке, очень близком к хорезмийскому, есть описание строения, объединяющего в себе черты и крепости, и города, и деревни и принадлежащего в точности типу строений, раскопанных в Хорезме. Старохорезмийский язык был восточным диалектом иранского, то есть индоевропейского языка, выражаемого буквами, восходящими к арамейскому письму. И хотя мы сейчас очень мало знаем обо всем этом, нет сомнений, что под сотнями песчаных холмов, покрывающих руины городов и крепостей, хранятся свидетельства высокой культуры.

В 1220 г. хорезмийцы -- без объяснимой причины -- перебили посольство, направленное к ним правителем монголов. Не исключено, что именно это убийство подтолкнуло монголов к их походу на Запад. Во всяком случае, Хорезмия была первой страной, опустошенной монголами. Под предводительством печально знаменитого Чингисхана захватчики разрушили города и истребили народ. Страна и ее культура так и не оправилась после этой катастрофы. Монголы продолжили свои походы. В период 1237-1241 гг. они разорили Европу, а в 1258 г. разрушили Багдад. По про

шествии нескольких поколений Тамерлан снова объединил монголов; в 1379 г. он разрушил Хорезм и хотя в 1391 г. он распорядился восстановить некоторые города, страна так и осталась в состоянии упадка. С 1511 г. по 1917 г. Хорезмия управлялась из Хивы и соответственно называлась Хивинским ханством. Правившие ханы неоднократно называли себя "Хорезм-Шах" - пожалуй, уникальный в Центральной Азии пример доисламского символа власти, сохранившего свою притягательную силу вплоть до начала XX века. Октябрьская революция свергла хана с трона, вслед за тем была образована независимая Хорезмская советская республика. В 1922 г. ее исполнительный комитет наградил В.И.Ленина орденом Труда. Когда среднеазиатские республики вошли в 1924 г. в состав Союза Советских Социалистических Республик, территории в Советской Средней Азии были разграничены по этническому принципу и Хорезм стал областью Узбекской Советской Республики, состоящей из девяти районов с населением свыше 500 тыс. человек. На юге он граничит с Туркменской ССР, на севере - с Каракалпакской АССР и фактически занимает территорию меньшую, нежели древний Хорезм. Пролетая над Хорезмской областью, вы увидите, что разрушенные когда-то каналы восстановлены и что Хорезм снова стал зеленым оазисом, раскинувшимся в низовьях реки Аму-Дарья. Каналы сейчас так же жизненно необходимы, как и 1000 лет назад: их символическое изображение находится на флаге УзССР. История Хорезма сейчас интенсивно изучается, и археологические раскопки, начавшиеся в 1937 г. под руководством академика С.П.Толстова, постепенно раскрывают тайны, веками скрывавшиеся под покровом пыли и песка. К сожалению, до сих пор ни одна из научных публикаций не переведена ни на один западный язык; в моем распоряжении лишь имеется немецкий перевод более популярной книги, пересказывающей идеи С.П.Толстова и описания его увлекательных путешествий и находок.

Естественно, нам особенно интересен Хорезм времен аль-Хорезми. Имеются два свидетельства о хорезмийцах, которые я хотел бы процитировать. Первое принадлежит Истахри, второе - Мокадасси; оба были написаны около 1000 г.

DIXIT ISTAKHRI: Хорезм - это имя страны, которая лежит в стороне от Хорасана и Трансоксании, поскольку окружена

пустыней. На севере и западе она граничит с турецкими землями (Гуззия). В ней много городов по обоим берегам Джайхуна /Аму-Дарья/. Ее столица Катх (что значит "замок") находится на северном берегу, но на южной стороне тоже есть большой город аль-Джорджания /Куна Ургенч/ с турецким базаром, в котором сходятся многие караванные пути.

Хорезм — это процветающая страна, богатая зерном и фруктами. Ее ткани из шерсти и хлопка расходятся по всем направлениям. Из всех народов Центральной Азии хорезмийцы путешествуют больше всех. Нет ни одного большого города без заметной хорезмийской общины. У них свой язык, на котором больше нигде не говорят. Их обычная одежда — характерный кафтан под названием "кортах" и шапка, особым образом заломленная назад. Они отважны и знают, как держать турков на расстоянии.

DIXIT MOKADASSI: Я редко видел имама, обучающего закону, языку и Корану, среди учеников которого не выделялись бы собственными достоинствами и превосходством перед другими один или несколько хорезмийцев. Они однако скрытны и иногда не обнаруживают одухотворенности, находчивости и блеска, свойственных высшей образованности. Они рады угодить гостям, но сами жадны и ненасытны.

Короче — они обладают многими удивительными качествами.

В Хорезме арабских времен было действительно много городов. Истахри упоминает столицу Катх с его уже пустовавшей в то время цитаделью Фыр. Река, с ее тенденцией смещать русло вправо, уже подмыла ее, а за ней вскоре последовал и весь город. В результате второй по величине город Джорджания постепенно отобрал у Катха гальму первенства. Среди других городов упоминались Тахирия, Хазарасп (или "сто коней"), Хива, Ардакшмитан, Гит и Мадхминия.

Как я уже отмечал, до конца XVII в. Аральское море отсутствовало на европейских картах и поэтому реки Оксус (Аму-Дарья) и Яксарт (Сыр-Дарья) изображались впадающими в Каспийское море. В результате, если Хорезм и показывали на картах, то местоположение его было искажено. После 1717 г. это заблуждение заменили новой путаницей, состоявшей в попытке дать научное объяснение старой легенде, одна из версий которой гласила, что река Оксус (Аму-Дарья) дважды, примерно в 1400 г. и 1575 г., меняла свое русло, что привело ее в конце концов назад в Арал. Между Хорезмом и Балханскими горами близ Каспия действительно есть сухое русло, которое, начиная с 1717 г., неоднократно обследовалось. Русские цари предавались идее соединить Зерафшанскую долину с Волгой, установив тем самым внутренний вод-

ный путь в Индию, для чего надо было направить Аму-Дарью в Каспийское море: эта мечта будоражила простых людей и политиков в течение многих десятилетий. В очень подробной публикации 1875 г. голландский востоковед де Гуйе пришел на основании анализа литературных данных к выводу, подтвержденному академиком Толстовым путем непосредственного наблюдения сухого речного ложа с самолета 6 октября 1947 г., что речная долина относится к доисторическим временам и не содержит на своих склонах каких бы то ни было следов древних поселений. Легенды же могут относиться лишь к какому-либо локальному событию, когда один из боковых протоков реки перекачивался в Сарыкамышское озеро, находящееся на расстоянии чуть больше 100 км к западу от Куня Ургенча.

Именно это географически ненадежное положение Хорезмского оазиса, зажато между степью и пустыней, в дополнение к неспокойной и подчас жестокой истории Хорезма привели к пересыханию информационного потока, помешавшему Хорезму занять свое место в общем строе мировой истории.

Настоящий симпозиум дает нам возможность привнести позитивное знание о родной земле аль-Хорезми в мир обработки информации.

КАЛИФЫ АББАСИДЫ И ИХ СТОЛИЦА

Исход Мухаммеда (Магомета) 15 июля 622 г. из Мекки в Ясриб, позднее названный Мединой ("Город" калифа), ознаменовал начало одного из наиболее важных периодов истории - рождение мусульманской веры и образования исламской империи, которой стали править калифы. Здесь я полагаюсь на ваше знание истории, ибо в противном случае мне придется выступать с третьей лекцией - и даже этого будет недостаточно, чтобы рассказать о всех предпосылках к истории аль-Хорезми.

На смену первой династии калифов Омейядов (661-749 гг.) пришла династия Аббасидов. Три калифа из этой династии сыграли большую роль в развитии науки:

Абу Джафар аль-Мансур (Победоносный), калиф с 754 г. по 775 г., который основал Багдад, создал предпосылки к формированию арабской науки и собрал библиотеку в Суде; его внук

Гарун ар-Рашид (Праведный), калиф с 786 г. по 809 г. Знаменит в Европе благодаря направлению посольства в Шарлемань, а также сказкам 1001 ночи. Он преобразовал библиотеку в Академию наук и начал развивать арабскую науку; наконец, его второй сын

Абд Алла аль-Мамун (Правдивый), калиф с 813 г. по 833 г., при котором Академия достигла наивысшего расцвета и обогатилась обсерваторией. Он инициировал и поддерживал ряд важнейших исследований в арабской науке, а также привлек в Академию аль-Хорезми.

Сообщается, что у всех трех калифов во дворце были установлены разные автоматы. Посольство, направленное в Шарлемань, подтверждает эти рассказы: подаренные послами водяные часы произвели сенсацию на Западе.

Багдад, столица арабов, был построен как искусственный город, воспроизводящий древневосточную циркулярную структуру городов-крепостей.

DIXIT ALGORIZMI (в его ХРОНИКЕ):

Год сто сорок пятый (762 г.) начался в четверг первого нисана 1073 г. эры Селевкидов. В этом году аль-Мансур начал строительство Багдада, получившего название Мадинат-ас-Салам, или Город Мира.

Год сто сорок шестой (763 г.) начался в понедельник двадцать первого адара 1074 г. эры Селевкидов. В этом году аль-Мансур завершил строительство Круговой Цитадели и переехал туда со своими слугами и двором.

Год сто сорок девятый (766 г.) начался в воскресенье шестнадцатого шибата 1077 г. эры Селевкидов. В этом году было закончено строительство стен вокруг Багдада, как и самого города в целом.

Мы знаем из архивов, что аль-Мансур потратил более четырех миллионов драхм на строительство Круговой Цитадели. Это соответствовало пятилетним доходам государства, но результат стоил этого.

До нас дошли сказочные описания Багдада. Круговая Цитадель диаметром в 2500 м была защищена наружной стеной в 34 м высоты, 50 м ширины у основания и 14 м ширины наверху, защитным укреплением в 20 м ширины, рвом шириной в 20 м и глубиной в 57 м, заполненным водой, и второй внутренней стеной. Круговая Цитадель называлась Мадинат-ас-Салам (Город Мира), и этот мир обеспечивался строгим управлением с помощью эффективной адми-

нистрации и мощных полицейских сил. Город делился на четыре квартала, каждый со своими воротами. Цифры о том, что город имел 100 000 мечетей, 80 000 базаров, 60 000 бань и 12 000 мельниц являются, скорее всего, преувеличением, но оценка численности населения в 2 миллиона весьма вероятна. Это был интернациональный город с такими главными этническими группами, как арабы, персы, хорасане и хорезмийцы; позже появились турки. Базары были полны товаров из соответствующих государств, а также из Индии, Китая и Африки. Важность Багдада как центра арабской торговли, культуры и науки не уменьшилась ни от переноса столицы в Самарру (с 835 г. по 883 г.), ни от того, что калифы перестали интересоваться наукой, ни от общего постепенного упадка калифата. В 1258 г. город был разрушен Улагаем, внуком Чингисхана. Сегодняшняя карта Багдада показывает нам район железнодорожного вокзала на месте древней Круговой Цитадели.

Мир для Мадината-ас-Салама длился не слишком долго. После славного правления калифа Гаруна ар-Рашида, чья репутация превосходит его личные качества, страна в 812 г. была ввергнута в гражданскую войну, столь жестокую, что все хронисты отметили упадок Круговой Цитадели, от которого она полностью так и не оправилась. Однако одно из последствий гражданской войны оказало огромное влияние на развитие науки.

У Гаруна ар-Рашида было три сына: аль-Амин от арабской принцессы Зубейды, аль-Мамун от персидской рабыни Мараджил и аль-Мутасим. Гарун старательно подготовил передачу власти, но когда аль-Амин попытался убрать аль-Мамуна, трения между традиционным арабским складом ума и персидской культурой (восходящей к многовековой древнеперсидской империи) внезапно вылились в открытое противоборство сводных братьев: аль-Амина и аль-Мамуна как представителей арабской и персидских партий соответственно. Вскоре стало очевидно, чья партия сильнее: аль-Амин шаг за шагом утрачивал свое влияние и был убит в безуспешной попытке вырваться из 14-месячной блокады Круговой Цитадели, установленной верным аль-Мамуну генералом.

АЛЬ-МАМУН

Калиф аль-Мамун, открыватель и покровитель аль-Хорезми

заслуживает того, чтобы сказать о нем более подробно. И опять мы начнем со свидетельств самого аль-Хорезми.

DIXIT ALGORIZMI (во введении в его АЛГЕБРУ)

Эта тяга к знанию, которой Господь отметил Имама Аль-Мамуна, Повелителя Правоверных (в дополнение к Калифату, которым Он удостоил его в законной преемственности, облекши его в святые покровы и восславив его), эти любезность и снисходительность, которые он являет ученому, эта решительность, с которой он защищает и поддерживает их в борьбе с тьмой и преодолении трудностей, вдохновили меня написать краткую работу по Алгебре.

Аль-Мамун так же, как и аль-Хорезми, был экстраординарной личностью. Этот калиф сам был философом и ученым, получившим прекрасное арабское и персидское воспитание, обладавшим острым умом. Многие рассказы подтверждают эти его качества. Например, когда к нему явилась вдова с жалобой на то, что она получила в наследство всего лишь одну драхму, аль-Мамуну достаточно было одного вопроса, чтобы мгновенно рассчитать весь расклад наследуемого имущества и убедить женщину, что ее доля определена правильно и в согласии с мусульманским законом.

Правление аль-Мамуна стало своего рода просветлением исламского мира. Его покровительство искусству и литературе имело громадные последствия для арабской культуры и - три века спустя - для подъема европейской науки.

Исследование Великих пирамид. Это хороший пример, характеризующий энергию и силу духа аль-Мамуна. Это предприятие на многие века опередило более поздние научные экспедиции. Когда в 640 г. арабы покорили Александрию, они обнаружили в своем владении огромный город с 1000 дворцами, 4000 банями и 400 театрами, но без сколько-нибудь значительной библиотеки.

Аль-Мамун был осведомлен, что в пирамиде должен быть потайной склеп с картами и таблицами небесных и земных сфер. Хотя, предположительно, они были вычерчены очень давно, считалось, что они должны быть весьма точны. Про склеп ходили также истории о том, что в нем хранились сокровища и такие странные диковины, как "мечи, которые не ржавеют, и стекло, которое гнется и не бьется".

В 820 г. калиф собрал большую группу ученых, архитекторов, строителей и каменотесов с целью проникнуть в пирамиды. В течение многих дней они обследовали ступенчатые ровные поверх-

ности (которые, как вы знаете, были изрыты в последующие века для строительства мечетей и домов в Каире и других местах), но не смогли найти никаких следов потайного хода. Аль-Мамун решил вскрыть пирамиду силой. Он приказал раскалять каменные блоки огнем докрасна и затем обливать уксусом, пока они не кроются трещинами. Затем тяжелые тараны разбивали камень на куски. Экспедиция аль-Мамуна проделала более чем стофутовый туннель в крепком теле пирамиды. Аль-Мамун был уже готов сдать-ся, когда один из рабочих услышал глухой звук тяжелого падения где-то в глубине пирамиды. Удвоив усилия, рабочие в конце концов достигли узкого прохода, "беспросветно темного, страшного заглянуть и трудного пролезть". Это был тайный наклонный проход, ведущий наверх к замаскированному входу и вниз - к недоделанной грубо высеченной камере, в которой не оказалось ничего, кроме мусора и пыли.

Звук, услышанный рабочими, был вызван обрушившимся большим призматическим камнем, преграждавшим путь к тяжелой затворной плите. Так они узнали направление к туннелю в теле пирамиды, о котором старые источники умалчивали. Им пришлось проверить несколько затворных плит. У аль-Мамуна появилась надежда раскрыть секрет пирамиды, хранимый со времени ее начальной постройки. Вскрабавшись по скользкому проходу длиной в 150 футов и с наклоном 26° и преодолев узкий горизонтальный проход, они обнаружили склеп жены фараона. После дальнейших розысков они добрались и до склепа фараона. В них, однако, не оказалось ничего интересного - только большие пустые саркофаги. Сообщается, что аль-Мамун ночью тайком разбросал по склепу золотые изделия, только чтобы умиротворить свою разочарованную команду.

ДОМ МУДРОСТИ

Как возник интерес к науке у арабских правителей, вначале мало чем отличавшихся от других королей и князей того времени? Сыновья пустыни, привыкшие к тяжелой жизни полудиких кочевников, внезапно оказались на троне, предоставившем им со всей восточной пышностью и обилием еду и наслаждения, досуг и роскошь. И духу и телу было нетрудно привыкнуть к этой новой обстановке за одним исключением - желудка, который не справ-

лялся с обильной пищей. Часто это приводило калифов к серьезным заболеваниям. Помощь пришла от сирийских врачей, главным образом, христиан, чьи медицинские познания основывались на греческой науке. Элиас Нисибский цитирует по этому поводу не аль-Хорезми, но Пефиона.

DIKIT ELIAS (в главе 8 части II его Хроники):

В 148 году хиджры (765 г.) аль-Мамун заболел расстройством желудка. Он послал за Георгием, первым врачом Бет-Лапата (Джундай-Сабур, или Гундайсапур), и позволил ему войти. Когда Георгий вошел, Калиф одарил его. И через несколько дней Калиф поправился и был исцелен.

В 151 году хиджры (768 г.) Калиф послал Георгию (очевидно по поводу другого лечения) трех прелестных рабынь-гречанок и 3000 динаров. Георгий принял динары, но вернул девушек, сказав Калифу: "Я не могу жить с ними в доме, так как христианин не может иметь более одной жены, а у меня есть жена в Бет-Лапате". Когда Калиф услышал это, он похвалил его и обошелся с ним ласково.

Нет ничего удивительного в том, что греческая наука приобрела несокрушимую репутацию в глазах арабского правящего класса. Она стала одновременно и мистической, и практической опорой калифов, равно как и их увлечением. Последовательными этапами они создали организацию, которую можно было бы назвать фабрикой производства арабской науки: Багдадскую Академию наук, получившую название Баит аль-Хикма, или Дом Мудрости. Ее руководитель носил титул Сахиб Баит аль-Хикма и по рангу был чуть ниже министра. Сердцем Дома Мудрости была библиотека с хорошо налаженной системой сбора, перевода, написания, копирования и распространения научных книг. Вначале главным источником была греческая наука. Всякий раз, когда калифы VIII и IX веков одерживали великую победу над Византийской империей, условия мирного договора всегда включали статью, которая предусматривала выдачу определенного числа старых греческих манускриптов. Византийским императорам приходилось предпринимать значительные усилия, чтобы разыскивать эти книги, рассеянные по монастырям во всех уголках империи.

Когда калиф принимал решение о переводе книги, он назначал ответственного редактора, который координировал работу переводчиков, писателей, иллюстраторов и переписчиков. Аль-Мамун содержал в Баит аль-Хикме большой коллектив ученых, математиков, астрономов, астрологов, географов и историков. Мно-

гие из них были настоящими энциклопедистами, владеющими всеми дисциплинами и работавшими в каждой из них. Однако их особая репутация относилась к некоторой избранной ими области. В любое время они были готовы явиться в распоряжение калифа. Требовалась ли ему информация или гороскоп, или же он хотел произвести впечатление на гостя или посла, появлялось ли у него настроение предаться философской дискуссии — он вызывал к себе тех или иных членов Дома Мудрости. Таким образом, они не только работали в Академии, но и жили там же почти все время. Характер работы или поручения калифа были весьма разнообразны, и некоторые из них требовали хорошо организованной коллективной работы. Перевод книг был постоянной задачей коллектива, однако на этом фоне возникали и специальные проекты.

Измерение градуса. Одним из таких коллективных проектов стало предпринятое аль-Мамуном в 827 г. измерение земного градуса. Ученые Дома Мудрости с очевидностью знали измерения Эратосфена и Посидония. Калиф повелел проверить эти измерения. Под руководством Халида ибн Абда аль-Малика аль-Марварруди и Али ибн Исы были образованы две группы ученых — вполне вероятно, что аль-Хорезми аль-Астурляби входил в одну из них; нам неизвестны имена членов групп. Одна группа работала на равнине к западу от Багдада близ Синеара, а другая — на равнине Пальмиры (уже разрушенной к этому времени) недалеко от Алеппо.

Принцип измерения состоял в нахождении с помощью астрономических инструментов двух точек на меридиане, отстоящих друг от друга на один градус, и затем в измерении расстояния между ними. Астрономическими инструментами были астролябия, предположительно изобретенная Гиппархом, — предшественник сектанта — и теодолит. Последний был значительно улучшен арабами. Эти инструменты существуют до сих пор, хотя и не непосредственно со времени аль-Мамуна, а с периода, на два века более позднего. Расстояние измерялось деревянными рейками, которые выкладывались вдоль провешиваемой прямой.

Результаты измерений, сделанных обеими группами, оказались 56 и $56 \frac{2}{3}$ арабских миль на один градус. К сожалению, нет единого мнения о длине арабской мили, что не позволяет дать достоверную оценку точности измерений. Более того, в ТАБЛИЦАХ аль-Хорезми с легкостью усматриваются противоречивые ут-

верждения.

DIXIT ALGORIZMI (в его ТАБЛИЦАХ):

Знаем, что, в согласии с халдеями, 4000 шагов верблюда составляют милю и что $33 \frac{1}{3}$ мили на земле соответствуют половине градуса на небе, так что окружность земли равна 24 000 миль. Причина этому в том, что если некто от любого места пойдет строго на юг, то через $66 \frac{2}{3}$ миль он обнаружит, что звезда, наблюдаемая в одно и то же время, подымет-ся ровно на один градус.

А вот другое, противоречивое, утверждение.

DIXIT ALGORIZMI (в изложении арабского комментатора):

... что окружность земли равна 7 000 фарзангов или 21 000 арабских миль.

Последнее дает $58 \frac{1}{3}$ миль на градус вместо $56 \frac{1}{3}$.

Прежде всего, мили в ТАБЛИЦАХ, мили в разных цитатах и мили в фактических измерениях, скорее всего, не одни и те же. Во-вторых, ТАБЛИЦЫ, хотя бы раз, подвергались изменениям, при этом без указаний на измененные места. В то же время, нет причины думать, что ученые аль-Мамуна не могли достичь точности в несколько процентов: если считать, что 20 400 миль получены с точностью до 5%, то это дает разброс арабской мили в пределах от 1867 м до 2060 м, что хорошо согласуется с гипотезами о длине арабской мили, выведенными из других источников.

Imago Mundi (Картина Мира - лат.) Другим коллективным мероприятием, выполненным по приказу аль-Мамуна, была его карта мира, по-видимому, украшавшая стену одного из больших залов калифского дворца. Ученые Дома Мудрости и на этот раз начали с освоения греческих источников; известно, что Птолемей вычерчивал такого рода карту, при этом сохранились записи с исчисленными им координатами. Подробное изучение данных с карты аль-Мамуна показывает, что члены Академии использовали координаты Птолемея, но не ограничивались ими. Вся более точная информация, которой они обладали, - естественно, главным образом, географические сведения об Арабской империи - использовалась для поправок и добавлений. Мы больше скажем об этой карте во второй части статьи, поскольку существует запись об этих поправках, сделанная самим аль-Хорезми.

АЛЬ-ХОРЕЗМИ

Очертив обстановку, мы можем теперь перейти к самому аль-

Хорезми. Отправной точкой любого исследования какого-либо арабского ученого того времени должно быть знакомство с арабским "Кто есть кто" X в., известным под названием "Фихрист". Это список арабских ученых с их краткими характеристиками, составленный в 987 г. ан-Надином. Рукопись этой работы хранится в Лейдене и была в 1872 г. издана под редакцией немецкого востоковеда Флюгеля; в 1970 г. появился английский перевод Байярда Доджа.

Раздел, касающийся аль-Хорезми, содержит следующее:

Его имя было Мухамед ибн Муса. Его родина в Хорезме. Он был принят в Дом Мудрости аль-Мамуна. Он был одним из способнейших в науке о звездах. И до и после наблюдений люди всецело полагались на его первую и вторую астрономические таблицы, известные под названием Зинджид. Среди его книг были Астрономические Таблицы в двух изданиях, первом и втором, Солнечные Часы, Работа с Астролябией, Изготовление Астролябии и Хроника.

Наиболее удивительно то, что главные работы аль-Хорезми, АРИЗМЕТИКА и АЛГЕБРА, не включены в этот список, хотя Фихрист содержит по крайней мере несколько упоминаний об АЛГЕБРЕ, так что ан-Надин должен был знать о ней. Было высказано предположение, что переписчик перенес несколько названий работ аль-Хорезми в другой раздел, так что они оказались приписанными другому лицу. Отсюда можно заключить что Фихрист, как и любой Кто-есть-кто, не полон и что переписчики могут потерять больше чем мы приобрести.

Более того, Фихрист почти ничего не говорит о биографии аль-Хорезми. Это обычно для арабских ученых. Очень редко что-нибудь говорится явно об их жизни; большинство фактов приходится извлекать из косвенных источников, так что нижеследующие данные, как выводы, так и предпосылки, покоятся на довольно зыбком фундаменте.

Его жизнь. Из Фихриста явствует, что аль-Хорезми составил себе репутацию благодаря своим ТАБЛИЦАМ, вышедшим двумя изданиями и составленным ранее других его работ, т.е. существенно раньше 820 г. Это подтверждается из других арабских источников; один из них гласит, что ТАБЛИЦЫ были составлены до того, как аль-Мамун стал калифом. Это делает вероятным предположение о том, что аль-Хорезми мог служить наследному принцу в Мерве уже в 810 г. В любом случае, к этому времени ему должно

было быть уже за двадцать; обычно полагают, что он родился около 780 г. Нам ничто не мешает считать 779 г. его годом рождения и отметить сегодня, в день доклада, его 1200-летие.

Следуя Фихристу, он был принят в Дом Мудрости во время калифата аль-Мамуна и, скорее всего, оставался там до конца своих дней.

Мы располагаем небольшим свидетельством, что он еще жил в 847 г. В этом году серьезно заболел калиф аль-Ватик, внук ар-Рашида и племянник аль-Мамуна. Он созвал своих ученых и попросил их составить ему гороскоп, чтобы узнать, сколько ему еще осталось жить (даже составление гороскопов было делом коллектива). Ученые пришли к заключению, что калиф проживет по меньшей мере 50 лет. Умер он, однако, спустя десять дней. Повествователь этой истории, ат-Табари, излагает ее не без иронии и с оттенком злорадства, приводя состав коллектива ученых с аль-Хорезми в их числе. Традиция полагает, что он умер около 850 г.

Его путешествия. Есть данные о трех путешествиях аль-Хорезми, одно в Афганистан, другое в страну хазаров и третье в Византийскую империю. Эти данные не очень надежны, но и не содержат ничего невероятного. Может иметь место путаница в именах, в частности, известны несколько Мухаммедов ибн Мус и несколько хорезмийцев. Это и не позволяет нам быть абсолютно уверенными, что именно он совершил эти путешествия.

Калифу было бы вполне естественно послать хорезмийца к хазарам, т.к. его язык мог бы ему там очень пригодиться. Когда за сотни лет до этого Хорезм был покорен арабами, многие хорезмийцы бежали к хазарам, образовавшим крепко организованную и влиятельную империю (ханство) между Волгой, Доном и Кавказом и остановившим арабов в их продвижении к северу.

Хорезмийцы встречали дружеский прием со стороны хазар. Со временем они заняли настолько влиятельные позиции в ханстве, что роль хана свелась к чисто религиозным делам. Не вполне очевидно, какова была роль хорезмийцев в обращении хазар в иудейскую веру, происшедшем в IX в. Нет сомнений, что в старом Хорезме была иудейская община, при этом можно предположить, что большая часть ее бежала к хазарам; остается открытым вопрос, способствовали этому политические соображения формирования третьей силы между христианской Византией и арабами-мусульма-

нами. Хазары были сверхдержавой два века, пока их империя не была сокрушена киевским князем Святославом в 965 г. Это, однако, не означало конца их существования как нации, хотя об их истории в последующие века не известно почти ничего. С XIX в. существует школа, развивающая теорию о том, что восточноевропейские евреи — это скорее потомки хазар и хорезмийцев, нежели одного из двенадцати израилевых колен; именно поэтому Артур Кёстлер назвал свою книгу о хазарах "13-е колено". Если эта весьма противоречивая теория справедлива, то мы обнаружим во многих вокруг нас хорезмийскую кровь.

У нас нет прямых свидетельств о путешествии аль-Хорезми к хазарам, однако существует в двух вариантах короткий рассказ о втором путешествии, содержащим для меня интересные загадки. В рассказе говорится, что когда аль-Хорезми был послан в Византию для собирания книг, калиф повелел ему обследовать "Пещеру семерых спящих", которая и так была ему по дороге. Когда я стал проследивать происхождение ключевого слова "семеро спящих", я обнаружил, что оно происходит из раннехристианской легенды, по-видимому, сирийского происхождения и что местом событий был Эфес.

Эфес — это зона действия австрийских археологов, и я отправился прямо к ним в университет. Они с видимой гордостью вручили мне большую и весьма впечатляющую книгу. Это был отчет об австрийских раскопках базилики Семи спящих, который подтверждал, что первая часть базилики была построена в V в., а затем была заброшена и превратилась в руины. Отчет также содержал следующую римскую версию легенды.

Семь молодых людей, принявших христианство, предстали перед судом римского императора Дециуса (250 г.). Отказавшись расстаться с их верой, они скрылись в пещере, которую император велел замуровать. Эти семеро проспали до 448 г., когда в связи со строительством пещера была вскрыта. Они предстали со своей историей перед византийским императором Феодосием, после чего умерли.

Легенда попала к арабам и Мухаммед упоминает о ней в Коране; о людях в пещере говорит 18-я сура. Я подумал, что полностью разобрался в истории, пока не обнаружил, что ни география путешествия аль-Хорезми, ни описание пещеры не соответст-

вуют австрийскому отчету о раскопках. Позвольте мне начать с путешествия аль-Хорезми.

Им пришлось двигаться вверх по Евфрату и пересечь границу Византийской империи к югу от крепости Курра (по гречески: Κόρυς). Они подошли к пещере через два дня пути от Курры. Хранитель пытался воспрепятствовать аль-Хорезми войти в пещеру, рассказывая ему устрашающие истории. Поскольку настояния аль-Хорезми были поддержаны пропуском византийского императора, хранитель в конце концов приготовил факелы и пищу и они спустились в пещеру. Они обнаружили семь тел, завернутых в грубую ткань, которая рассыпалась в прах при прикосновении. Тела хорошо сохранились, кожа была суха на ощупь, а волосы жестки как проволока. Закончив обследование, они попытались принять пищу, предложенную хранителем, но почувствовали себя плохо и их вырвало. Повествование гласит, что сложилась опасная ситуация, вызванная возможными намерениями хранителя убить посетителей (хранитель поддерживал версию, что тела были живые), но аль-Хорезми удалось благополучно покинуть место.

Дальнейшие изыскания убедили меня, что эта пещера находится не в Эфесе, а в Аморионе, городке в Центральной Турции. Однако никаких определенных следов святилища там также не удалось обнаружить, а другие авторы поддерживали версию, что правильное место - это Афшин в Восточной Турции. В итоге соответствующая глава в книге, которую я пишу, будет называться "14 семерых спящих". Мог бы добавить, что я побывал во многих местах Европы, где есть церкви этих святых; их день отмечается 27 июня или 27 июля. Примета гласит, что если 27 июня пройдет дождь, то дожди продлятся следующие семь недель. Самая красивая из этих церквей находится в Баварии недалеко от австрийской границы, а наиболее впечатляющее святилище расположено около Ланьона в Бретани, где доисторическая просторная пещера по-прежнему привлекает паломников, среди которых каждое третье воскресенье июля появляются арабы. Но это уже другая история.

Его работы. Если отождествить его работу с рукописями и переводами, упомянутыми в Фихристе и доступными для нас в отрывках или пересказах, мы получим следующий список.

1. ТАБЛИЦЫ - Книга аз-зидж аль-синдхинд.
В Оксфорде хранится латинский перевод слегка адаптирован-

ного варианта. ТАБЛИЦЫ основаны на индийской астрономии и состоят из собственно таблиц и комментария по их применению. В дополнение к астрономическому содержанию в них содержатся хронологические данные и алгоритмы календарных дат. Кроме того, там же первые из известных таблиц функций синуса и котангенса. Астрономические таблицы практически сразу послужили причиной высокой репутации аль-Хорезми и его последующей судьбы.

2. АРИФМЕТИКА - (вероятное название) *Китаб хисаб аль-'адад аль-хинди*, (по-латини) "*Algorithmi de numero Indorum*".

В Оксфорде хранится самая ранняя неполная латинская рукопись, переведенная, скорее всего, с модифицированного арабского варианта. Оригинал, однако, прослеживается по многим более поздним рукописям. Эта работа вводит индийскую систему счисления и алгоритмы арифметических действий в этой системе: сложение и вычитание, удвоение и деление пополам, умножение, деление и извлечение корня. Это наиболее продуктивный из трактатов аль-Хорезми. Можно сказать, что это механизм, который впервые внедрил индийскую систему счисления сначала в арабском мире, а затем в Европе. Для средневековых математиков арифметика слилась с его именем в слове "*Algorithmus*". А современная обработка информации словом "*алгоритм*" увековечила его имя во всем мире.

3. АЛГЕБРА - *Китаб аль-мухтасар фи хисаб аль-габр в'алмукабала*.

Компактное введение в исчисление неизвестных с использованием правил сокращения и пополнения. Существует несколько арабских рукописей (Оксфорд, Каир, Берлин) и несколько неполных латинских переводов. Единственный английский полный перевод был сделан Розеном в 1831 г., но он содержит ряд неточностей. Стыдно признать, что не было предпринято ни лучшего издания, ни более точного перевода. Главы этой книги имеют дело с линейными и квадратными уравнениями, коммерческими расчетами (тройное правило - *Баб аль му'амалат*), геометрией (*Баб аль-мисахат*) и расчетом наследств (*Китаб аль-васайя*). Хотя арабские традиционалисты утверждают, что аль-Хорезми был первым, кто писал на эту тему, это, однако, не означает, что он действительно изобрел эти правила и основал алгебру. Тем не менее, даже если и были более ранние изложения, безусловно, трактат аль-Хорезми стал тем фундаментом, на котором последующие влиятельные авторы строили свою работу. Слово "*аль-габр*" стало или употреблялось уже в то время в качестве имени науки исчисления неизвестных. Вскоре появились многие другие трактаты по алгебре, часть под аналогичными названиями, содержа разные добавления. Таким образом, хотя влияние аль-Хорезми на алгебру не столь исключительное, как на арифметику, его огромное воздействие как первого всеобъемлющего автора не подлежит сомнению.

АРИФМЕТИКА, АЛГЕБРА и Тригонометрические таблицы были переведены на русский язык и прокомментированы Ю.Х.Копелевичем и Б.А.Розенфельдом (Ташкент, 1964 г.).

4. ЕВРЕЙСКИЙ КАЛЕНДАРЬ - *Истахрадж тарих аль-Яхуд*.

Написан в 823 г. В Банкипоре, Индия, находится арабская рукопись, описывающая еврейский календарь и алгоритмы для пересчета дат.

5. ХРОНИКА - Книга ат-тарих.

Мы располагаем только набором выдержек из этой работы, содержащихся в Хронике архиепископа г. Нисибис (ныне Нусайбин), написанной на арабском и сирийском языках. К сожалению, наиболее интересный для нас период с 786 г. по 877 г., когда жил аль-Хорезми, в рукописи отсутствует. Рукопись хранится в Британском Музее. ХРОНИКА аль-Хорезми часто фигурирует в других работах, и некоторые исследователи рассматривают аль-Хорезми как одного из первых историков.

6. ГЕОГРАФИЯ - Книга сурат аль-ард.

Картина мира, или *Imago Mundi* (лат.). Написана в 817 г. В Страсбурге находится арабская рукопись. Это запись об аль-Мамауновой разработке карты мира, содержащая координаты городов, гор, рек и побережий. Рукопись была переведена и прокомментирована венским востоковедом Гансом фон Мжиком.

7 и 8. ИЗГОТОВЛЕНИЕ АСТРОЛЯБИИ и РАБОТА С АСТРОЛЯБИЕЙ - Книга амал аль-астроляб, Книга аль-амал би'л-астроляб.

Мы располагаем только выдержкой из трактата РАБОТА С АСТРОЛЯБИЕЙ на арабском языке. Рукопись хранится в Берлине. Она была переведена на немецкий язык Иозефом Франком в Эрлангене в 1922 г.

9. СОЛНЕЧНЫЕ ЧАСЫ - Книга ар-рухамах.

Книга утеряна.

10. АСТРОЛОГИЯ.

О ней мы знаем только косвенно. Сообщалось, что аль-Хорезми изучал, в какой мере дата рождения Магомета могла бы повлиять на появление у него способности к пророчеству. Я нашел в Париже рукопись, в которой говорится о магической силе арабских букв при изготовлении талисмана или амулета. В рукописи содержится одна выдержка и небольшая оригинальная информация.

Его имя (и имя Хорезма). Пора объяснить значение имен Хорезм и аль-Хорезми и варианты их произношений. Что касается значения слова "Хорезм", то в литературе существовало, еще с арабских времен, множество неверных объяснений. С лингвистической стороны вторая часть слова абсолютно ясна: *зем* означает землю, как, например, Новая Земля - название острова к северу от Урала. *Зем* - это общее слово для всех славянских и иранских языков. Моя собственная фамилия происходит от этого же корня: 'зем' тоже значит 'земля' по-чешски, а мое имя восходит к чешскому языку, поскольку 'zemán' (я крестился у священника чешского происхождения, и он восстановил уда-

рение в моей фамилии на нужном слого, что было утеряно моим отцом уже в Вене; в Чехословакии я всегда называю себя "Земля-нек" - кто хочет, чтобы его имя искажалось?) означает человека, который работает на земле. Это то же самое, что 'farmer' по-английски, 'Bauer' по-немецки и Георгий по-гречески. В отношении последнего об этом может догадаться каждый из общих соображений. Мне, к моему изумлению, много лет назад указал на это болгарский студент: 'геос' известно из географии, а 'эрг' - из энергии и единицы работы, эрга.

'Хор' не столь однозначно. Оно могло бы произойти от названия племени 'Хоррас'; это могло бы означать 'земля солнца' - улыбку голубого неба в течение многих месяцев над этим оазисом среди пустынь (а для дружелюбно гостеприимного ныне живущего населения 'страна улыбки' было бы очень подходящим названием); это могло бы значить 'восточная страна' - что поставило бы Хорезм в положение, аналогичное Австрии, чье название также означает 'Восточная Земля' (Öster-reich). Однако наиболее вероятным и принятым толкованием корня 'хор' является его значение 'низкий' или 'нижний', и действительно его географическое положение в низовьях Аму-Дарьи поддерживает перевод его названия как (центральноазиатская) 'низкая земля', а количество и экономическая важность каналов делают Хорезм реальным аналогом Нидерландов (Netherlands = nether (низкие) + lands (земли)). Таким образом имя аль-Хорезми означает 'Нидерландер', что связывает его с профессором ван Вейнгаарденом (чье имя Адриан, являясь производным от 'Hadrian' означает 'культуратор земли' и, стало быть, связано с 'зем').

Классические арабские языки, в отличие от иранских, не имеют гласной 'о'. Форма 'Магомет', содержащая 'о' и 'е' - западного и более позднего происхождения. Восточноарабский и классический староарабский имеет только три гласных 'а', 'и' и 'у'. Общее правило транскрибирует звук 'о' с помощью арабских букв как UA(WA), что объясняет такие формы как Khwarizm, Khuwarizm и т.д. Могли существовать также и древнеиранские транскрипции с VA, WA или UWA, но не только греческое Хоресμία и русское Хорезм доказывают законность 'о': главным доказательством, бесспорно, является слово 'алгоритм'. Когда ученые XII в. заимствовали этот термин от своих арабских кол-

лег, тогда языки изучались не по книгам как в XIX в., когда в литературу вошло неточное al-Khowarizmi . В то время арабский язык изучался непосредственно в контактах с арабами в Испании, что и позволило перенять правильное 'o'. Благодаря многократному варьированию произношения в течение веков и из-за разных транслитераций с арабского появилось много вариантов, так что вряд ли существует еще какой-либо ученый, чье имя записывалось столь многими способами.

Немецкий востоковед Олиус Руска обсуждал эту ситуацию в подстрочном примечании и собрал много вариантов, а в Самаркандском музее есть таблица, группирующая эти варианты по странам. Ниже следует комбинаторная схема вариантов:

A	L	KH	O	R	E	Z	-	M	I	
E	U	GH	U	W	A	A	S	E	N	-
		SH	A	V		I	TH	I		
		K	-	-	-	X	Y			
	G	AU								
	H									
	J									

Прокладывайте случайные пути по схеме и многие из них дадут фактические появившиеся варианты.

Универсалист. Аль-Хорезми был универсален не только в своих научных познаниях и трудах, но и в своей культуре. Во введении к АЛГЕБРЕ он сам изложил идею своей философии и своего мышления.

DIXIT ALGORIZMI (во введении к АЛГЕБРЕ):

Ученые во все прошедшие времена и из стран, ушедших в небытие, всегда писали свои книги по разным разделам науки и из разных ветвей знания, имея в виду тех, кто придет после них, надеясь на оценку, соразмерную их способности, и веря, что их усилия заслужат признание, внимание и добрую память - хвалу, пусть даже с малой долей восхищения - малой, если сравнить ее с болью, которую они претерпели, и трудностями, с которыми встретились при раскрытии секретов науки.

Дополнительной характеристикой аль-Хорезми может стать анализ его полного имени. Арабские имена состоят из нареченного имени, имени сына и дополнительных атрибутов, называемых 'нисбах' и говорящих о свойствах национальности, месте рождения и аналогичных характеристиках. Его полное имя таково:

Мухаммед ибн Муса абу Абдалла (или абу Джафар) аль-Хорезми аль-Маджуси аль-Кутрубули

Мухаммед: Как видно из нескольких его введений к своим трудам, он был правоверным мусульманином, сумевшим, однако, сочетать это качество с либеральными взглядами своего калифа в том духе непринужденности, который характеризовал правление аль-Мамуна.

Ибн Муса (Моисей): 'Моисей' было распространенным мусульманским именем, однако это выглядит как символ, что он наследовал еврейское имя от своего отца. Его книга о еврейском календаре доказывает его исчерпывающее знание еврейской культуры. Можно также проследить и более глубокий интерес к вавилонской культуре: еврейский календарь - это наследие пребывания древних евреев в Вавилоне.

Абу Джафар или Абу Абдалла: В разных местах встречаются два варианта имен его сына. Эта неопределенность символизирует загадочные стороны аль-Хорезми. Потерял ли он своего старшего сына? Или же это просто ошибка переписки? Или мы имеем дело с двумя людьми под одним именем? Последняя возможность маловероятна, поскольку репутация аль-Хорезми выглядит истинной, будучи естественным результатом его уникальной личности. Единственным источником подозрений служит замечание Мжика, что ГЕОГРАФИЯ написана скверным, даже варварским арабским языком, никак не идущим в сравнение с точным и строгим языком АЛГЕБРЫ. В наших познаниях об аль-Хорезми есть глубокие пробелы.

Аль-Хорезми: Он был известен как хорезмиец. Пожизненная память о покоренной родине, название которой вошло в его имя, - это уступка Багдадского двора: похоже, что аль-Мамун, возможно, под влиянием матери-персиянки имел особый интерес к иранским ученым. Например, когда Муса-ибн-Шакир, другой почитаемый иранский ученый, умер, осиротив трех детей, аль-Мамун назначил одного из ученых их крестным отцом и организовал для них содержание и учебу в Доме Мудрости. Братья, 'Бану Муса', сами стали известными и влиятельными учеными и богатыми людьми, часто выполнявшими политические поручения. Старший из братьев, Мухаммед ибн Муса, часто путается с аль-Хорезми и некоторые из событий, связываемых с аль-Хорезми, также как путешествие к хазарам или гороскоп для аль-Ватика, вполне могли бы произойти и с ним. Второй брат, Ахмад, был основоположником арабской техники; он написал главную часть общего труда братьев 'Китаб аль-хиджал', или 'Книга хитроумных устройств'.

Аль-Кутрубули (аль-Натрабули): Похоже, что эта часть появляется только в истории о гороскопе. В то же время это очень существенное добавление. Кутрубули - это название района Багдада, населенного хорезмийцами и знаменитого своими ресторанами и погребками (где люди определенно, не взирая на предписания Пророка, пили вино), музыкой и песнями, района, любимого художниками и поэтами. Думая о Кутрубули, я сразу вижу у себя перед глазами веселое место Гриндзи в моей родной Вене. Аль-Хорезми вполне мог иметь там дачу, как сказали бы мы сейчас. Возможно, она была унаследована

от отца, а могла быть и подарком аль-Мамуна, ставшим пританищем аль-Хорезми, когда обстоятельства позволили ему покинуть Дом Мудрости и удалиться на покой.

Аль-Маджуси: Это означает 'маг' или 'сын мага' и появляется только в один раз в той же истории о гороскопе. Кто не размышлял о волхвах, посетивших Христа в Вифлееме после его рождения? Венский астроном Феррари д'Окьёппо собрал все доступные научные свидетельства, подтверждающие библейскую историю. В то время имело место очень редкое сочетание (случающееся раз в каждые 350 лет) Юпитера и Сатурна в созвездии Рыб с кульминацией 12 ноября 7 г. до н.э. Эта дата вполне могла бы быть рассчитана вавилонскими жрецами; археологи находили глиняные таблички с астрономическими таблицами и даже с формулами, употреблявшимися в то время в Вавилоне. Волхвы в библейском эпизоде уже не представляли какое-либо могущественное государство, но они были хранителями мудрости и знания, накопленного в Вавилоне и сохранившегося в течение веков в Персии и Хорезме; вполне вероятно, что аль-Хорезми унаследовал многое из еще незабытого в то время.

Как универсалист аль-Хорезми не мог согласиться с односторонними оценками, и мы с легкостью можем представить его как своего рода лидера оппозиции безоговорочному превозношению греческой науки, что было свойственно Багдаду и что было и продолжает быть свойственным западному миру. Аль-Хорезми, конечно, не враждовал с греческой математикой и наукой вообще - он использовал их в своих работах, - но он, судя по всему, был один из тех, кто постоянно подчеркивал важность освоения науки других стран и народов, важность сопоставления греческой науки и науки Востока. Мы не сильно рискуем, если предположим, что он читал и даже говорил на нескольких языках помимо арабского, на котором он писал свои труды: он определенно говорил на хорезмийском, а стало быть, и на персидском языках; мы уже говорили о его знании еврейской культуры, так что он, по крайней мере, читал по-древнееврейски. Некоторые специалисты полагают, что он говорил и писал на одном из индийских языков, вероятно на санскрите. Сирийский, греческий, а также и турецкий языки могут дополнить этот список.

Практик. Универсализм аль-Хорезми в науке и философии естественно дополнялся его практической направленностью. Он никогда не предавался излишнему теоретизированию, потому что потребности практики у него всегда были в поле зрения. Все известные нам работы были предназначены для широкого использования. Никто из других авторов того времени не уделял столько

внимания практическим примерам применения алгоритмов. Именно благодаря этим примерам, как мы увидим ниже, он придумал иллюстрировать алгоритмы рисунками, пояснявшими используемые соотношения: это изобретение вполне можно считать первым шагом к аналитической геометрии.

Человек. Каждому, изучающему в течение длительного времени жизнь человека, этот человек постепенно становится чем-то больше, нежели предметом мысли наблюдателя. Он начинает ощущать множество черт характера этого человека. То же случилось и со мной в отношении аль-Хорезми. Далеко не все из этого можно выразить словами. Я позволю себе привести еще одну цитату, которая может сказать нам кое-что об умонастроении аль-Хорезми. Предшествуемая обращением к аллаху и калифу, что было формулой признательности, необходимой в условиях той правящей системы, при которой ему выпало жить, эта цитата из введения к АЛГЕБРЕ содержит сугубо личное высказывание, которое лишь в самом конце снова переходит в условности.

DIXIT ALGORITMI (в конце введения к АЛГЕБРЕ):

... Полагаясь на доброту моих намерений
и в надежде, что познавшие воздадут им должное
и молитвами своими снизведут на меня
высокий дар божьей милости,
в вознаграждение за что да снизойдет и на них
избраннейшее благословение и неисчерпаемая щедрость Бога!
Мое доверие покоится в Боге, в этом и во всем,
и Ему я приношу свою веру.
Он владыка Высокого Трона.
Пусть будет Его благословение
всем Его пророкам и божественным вестникам.

Ч А С Т Ь В Т О Р А Я

В первой части этой статьи мы постарались описать обстановку и воссоздать предпосылки для понимания личности аль-Хорезми, его времени и его работ. Во второй части мы обсудим сохранившиеся трактаты аль-Хорезми и их роль в развитии европейской математики. В принципе, каждая из глав имеет однотипную структуру:

- А. Рукопись
- Б. Содержание
- В. Особые обстоятельства
- Г. Влияние

1. ТАБЛИЦЫ - Китаб аз-зидж аль-синдхинд

Г.А. Рукописи. Как мы знаем, и не только из Фихриста, два издания ТАБЛИЦ решающим образом повлияли на высокую репутацию и карьеру аль-Хорезми в течение его жизни. Установить год, когда эти книги (равно как и большинство других трудов аль-Хорезми) были написаны, не представляется возможным.

В отношении структуры и персонального состава Дома Мудрости неясно, в какой мере они сложились в период жизни аль-Мамуна наследным принцем в его резиденции в Мерве (Хоросан) и в какой мере они были унаследованы в Багдаде от его отца ар-Рашида. Возможно, что аль-Хорезми был на службе у аль-Мамуна уже в Мерве; на это указывается в одной из ссылок.

ТАБЛИЦЫ были начаты заведомо ранее 819 г., и вполне возможно, что аль-Хорезми длительное время подвергал их улучшениям. Как показывает название, работа основана на индийских таблицах и на индийской астрономии, о которых в Багдаде стало известно вместе с индийской системой счисления 50 годами раньше. К сожалению, не сохранился оригинал ТАБЛИЦ. В нашем распоряжении имеется латинский перевод, по традиции приписываемый Аделару Батскому (ок. 1126 г.), с арабского текста, который представляет собой переработку ТАБЛИЦ аль-Хорезми, сделанную Маламой ибн Ахмадом аль-Маджрити (ок. 1000 г.). Эта переработка существенно следует оригиналу, но некоторые астрономические данные перепривязаны к Мадриду вместо Багдада. Характер других изменений, пропусков, добавлений и усовершенствований, сделанных аль-Маджрити, установить в деталях невозможно. Роберт Честерский позднее подверг таблицы некоторой перестройке, а Герман Каринтийский (Херманус Далматский), похоже, сделал еще один перевод, что объясняет различия в нескольких существующих рукописях.

С другой стороны, мы располагаем комментарием к ТАБЛИЦАМ аль-Хорезми, написанным Ибн аль-Мутанной в X в. Оригиналы этого комментария также утеряны, однако сохранились латинские (три рукописи в Оксфорде и Кембридже) и древнееврейские (две рукописи в Парме и Оксфорде) переводы.

Аль-Маджитиев вариант ТАБЛИЦ тщательно отредактирован, переведен и прокомментирован Бьорнбо, Зутером и Нойгебауэром.

I. Б. Содержание. Пока что я не буду касаться астрономии. Рукописи не имеют ни подзаголовков, ни каких-либо других признаков деления на части и их порядка, так что мы воспоследуем порядку Голдстайна в его издании комментария аль-Мутанны:

1. Хронология
 2. Планетарная теория
 3. Тригонометрия
 4. Границы времен года и гномоны
 5. Широта планет
 6. Сочетания и противостояния
 7. Первое появление молодой луны
 8. Диаметры солнца, луны и тени
 9. Лунные затмения
 10. Солнечные затмения
- II. Эксцессия вращения.

I. В. I. Юлианский день и юлианский год. Хронология — естественное начало описания таблиц. В противном случае различия в способах указания времени и в календарях сделали бы пользование таблицами неоднозначным. Естественной также была идеализация хронологии; старая традиция индийской астрономии полагает моментом сотворения мира такой, в котором все планеты видны на одной линии нулевой широты. Следующая фиксированная точка — Великий потоп. Пользование годами разной длительности, однако, не очень волновало древних ученых; существовали разные традиции пользоваться в одних периодах египетским годом в 365 дней, а в других периодах — юлианским годом в 365.25 дней (полагая 4 года равным 1461 дню). Ученым было не чуждо игнорировать различия при счете.

Аль-Хорезми в своей хронологии помещает фразу, которую можно рассматривать как догадку, которую он, однако, не привел в хронологическую систему; это произошло только в период Возрождения, показав свою полезность для хронологии и астрономии, а недавно проявило себя в Международном геофизическом году (1954 г.) в целях космических исследований.

DIXIT ALGORIZMI (в ТАБЛИЦАХ):

Если кто-либо желает узнать сколь много арабских лет целиком содержатся в сколь многих римских годах, он должен перевести оба года в дни: тогда их соответствие станет очевидным.

День, действительно, — это такое явление, которое может

Быть подсчитано с точностью, не оставляющей место произволу. День — это естественная единица времени, в то время как секунды и календарные года — искусственны. Секунда, например, как таковая, не существует; что лишь можно сделать, так это построить генератор колебаний, считать колебания и сравнивать их со днем, для того чтобы получить точную секунду. С изобретением кварцевых и молекулярных часов мы теперь имеем генераторы колебаний такой точности, что сама солнечная система уже стала неточна, а измерение секунды базируется на молекулярных процессах. Это привело к тому, что теперь владельцы таких часов и хронометров объявляют пропуск секунды в новогоднюю ночь так же, как древние халдеи объявляли пропуск месяца.

Принцип аль-Хорезми основывать исчисление календаря, отсчитываясь от дня как единицы времени, был преобразован в систему ученым Возрождения Иосифом Скалигером (1540–1609), который ввел хронологию с эпохой (эпоха — это первый день в исчислении хронологии), взяв в качестве таковой 1 января 4713 г. до н.э. Он взял этот год потому, что года, исчисляемые от этой эпохи, при делении на 28, 19 и 15 дают в качестве остатка величину соответственно солнечного цикла, лунного цикла, или золотого числа; и индикции, или римского фискального числа (по римскому праву — текущий год пятнадцатилетнего цикла налогообложения — Ред.). 1 января 4713 г. до н.э. — это день номер ноль в скалигеровской системе юлианских дней (ЮД), становящийся по ходу времени 0.25 в 6 час., 0.75 в 18 час., и сегодня 18 сентября 1979 г. (день доклада — Ред.) — это юлианский день 2444135. Это число немедленно дает день недели как остаток от деления на семь (понедельник — нулевой остаток, вторник — 1, среда — 2 и т.д.). $2444135 : 7 = 349162$, в остатке 1: 18 сентября 1979 г. — вторник. Исчислив ЮД, не составляет никакого труда узнать, когда произошло то или иное событие. Преобразования дат из одного календаря в другой могут выполняться по алгоритмам, аналогичным тому, который применял аль-Хорезми для пересчета римских и арабских дат; только совсем недавно появились записи этих алгоритмов в языках программирования (ACM Communications, August 1963). Первыми учеными, регулярно употребляющими скалигеровы ЮД, стали астрономы, которые табулировали звездные события в единицах ЮД и его де-

десятичных дробей. Система Скалигера требует перехода на следующий день в полночь, что астрономам было неудобно, и они сдвинули начало дня на 0.5, что, естественно, помогало только в Европе. В Международном геофизическом году, главным образом, в интересах космических исследований, ЮД был стандартизован в качестве универсальной единицы времени. Для упрощения ЮД был сокращен на два старших знака, а начало отсчета было привязано к полуночи по Гринвичу, но с такой поправкой, чтобы разница между модифицированным юлианским днем (МЮД) и скалигеровским была бы равна 2400001, так что МЮД для 19 сентября 1979 г. равен $2444135 - 2400001 = 44134$. Вы можете найти МЮД, например, в таблицах исчисления поправок к сигналам точного времени, транслируемых по радио.

I.V.2. Как записать таблицу синусов без знака минуса, без десятичных дробей и индийских цифр. Мы уже знаем, что аль-Хорезми построил первую таблицу синусов, но он не располагал теми средствами, которые для нас столь привычны: отрицательные числа, десятичные дроби и индийские цифры. Поэтому возникают три вопроса: как записать таблицу синусов без

- а) знака минуса?
- б) десятичных дробей?
- в) индийских цифр?

а) Отсутствие знака минуса и отрицательных чисел - это проблема, простейшая для решения. Для этого нам надо обратиться к астрологии. В ней полный круг небосвода поделен на 12 домов, соответствующих 12 знакам зодиака. Таблицы аль-Хорезми содержат три секции от I до 30 градусов; каждая секция соответствует 4 домам, а все они занумерованы от 0 до II. С помощью небольшого чертежа аль-Хорезми решил проблему направлений. Средневековые переводчики нумеровали дома от I до XII: страх перед нулем был слишком велик. Аль-Хорезми в своей таблице использовал знак нуля, обозначающего пустое место в таблице.

DIXIT ALGORITHM1:

Когда (при вычитании) ничего не остается, то запиши маленький кружок, так чтобы место не осталось пустым.

Новым моментом для нуля был не его знак, а его употребление в позиционной системе, о чем аль-Хорезми продолжает:

DIXIT ALGORITHMI:

Маленький кружок должен занимать место, т.к. в противном случае окажется меньше мест, так что второе может быть ошибочно принято за первое.

б) На второй вопрос тоже легко ответить, поскольку вы уже владеете методом, правда только для двух величин - углов и времени, другими словами, для градусов и часов. Это их деление на минуты и секунды. Поскольку таблицы аль-Хорезми дают значения синуса только для целых значений градусов, минуты и секунды появляются - для нас - не на том месте, а именно, там, где мы ожидаем найти десятичные разряды.

Этот принцип очень стар, восходя, по крайней мере, к халдейской математике и может быть продолжен в таких долях, как терции, кварты, квинты и т.п. Например, π выражается в этой системе как

$$\pi = 3^0 8' 29' 44'' \text{тер } 0 \text{ ква } 47 \text{кви } 25 \text{секс } 25 \text{сеп.}$$

Аль-Хорезми не относил синус к единичной гипотенузе. В редакции аль-Масуди радиус равен 60; аль-Хорезми брал - это известно из старых ссылок - древнее индийское значение 150. Для радиуса такой величины учет минут и секунд дает теоретическую точность таблиц одну миллионную, что соответствует шестизначным таблицам. В качестве примера посмотрим на синус 60, т.е. $60 \cdot \sin 60$, представленный в латинской копии в виде

$$\text{LX} \parallel \text{LI} \mid \text{LVII} \mid \text{XLI}$$

$$60 \parallel 51 \mid 57 \mid 41 = 51 + 57/60 + 41/3600.$$

Будучи приведенным к единичному радиусу, это дает 0.8660231, в то время как точное значение равно 0.8660254 - верны пять знаков.

в) Третий вопрос получает наиболее неожиданный и длинный ответ. Можно было бы предположить, что аль-Хорезми употреблял римские цифры, изобретенные достаточно давно и в принципе известные, поскольку Римская империя граничила с северной частью Аравийского полуострова. Однако аль-Хорезми и все арабские математик: владели много более лучшей и более старой системой - финикийским буквенным кодом. Приведем его собственное пояснение.

DIXIT ALGORITHMI (в начале АЛГЕБРЫ):

Когда я размышлял над тем, чего вообще люди ждут от расчета, то я обнаружил, что это всегда число.

Я также заметил, что каждое число состоит из единиц, и что каждое число может быть разделено на единицы. Более того, я нашел, что каждое число, которое может быть выражено от одного до десяти, превосходит каждое предыдущее на единицу: затем десять удваивается или утраивается так же, как перед этим единицы: так возникает двадцать, тридцать и т.д. до сотни; затем сотня удваивается и утраивается, так же, как единицы и десятки, до тысячи; затем тысяча может быть таким же образом повторена любое сложное число раз, и так далее до самого окончательного предела счета.

Это означает, что разные буквы, взятые в алфавитном порядке, сопоставляются числом I, ..., 9, затем IO, ..., 90 и наконец IOO, ..., 900; на это требуется 27 букв и если есть 28-я, ее можно сопоставить тысяче. Для тысяч, однако, более распространен особый синтаксический символ. Более того, существует одна и та же древняя последовательность для финикийского, древнееврейского, греческого, сирийского, арабского и грузинского алфавитов. Я не смог обнаружить подходящей традиции для латинского алфавита и, подозревая, что она существовала в ранний период, добавил подходящую латинскую последовательность, оставив римский порядок букв нетронутым и вставив немецкое 'ß' между 'n' и 'o'. В греческом алфавите есть древние буквы дигамма (соответствует лат. f), коппа (соответствует q) и давно исчезнувшая санпи. Буквенный код для чисел в греческом языке, однако, перестал использоваться всего лишь несколько веков назад и до сих пор виден на старых греческих зданиях, например, церквях.

Та же самая группировка числительных: I, ..., 9, IO, ..., 90, IOO, ..., 900 и IOOO донныне используется в пальцевой системе языка жестов.

Удобство этой системы и ее превосходство перед исчислением в римских цифрах становятся очевидными, если рассмотреть таблицу умножения, скажем, на латинской основе, которая демонстрирует не только значительную регулярность, но и оказывается более эффективной с теоретико-информационной точки зрения, т.к. более частые числа требуют меньшего числа букв. Таблица выражает 489 буквами то, для чего потребовалось бы 654 римских цифры, а в вероятностной мере выигрыш еще больше, потому что более частые круглые числа выражаются одной или двумя буквами:

ß || na | ng | ma вместо LX || LI | LVII | XII,

где β фактически должно быть $\beta |^\circ$, поскольку угол дается в дугах и градусах.

Следует признать, однако, что арабский алфавит наименее подходит для буквенного кода, имея относительно много букв, отличающихся лишь маленькими диакритическими знаками. Непоставленная точка обычно нестрашна в избыточном контексте фразового текста, но в таблицах функций пропущенная точка может привести к катастрофическим последствиям. Переписчики арабских математических работ допустили много ошибок — то же самое, как мы увидим, случилось и с ГЕОГРАФИЕЙ аль-Хорезми.

I. Г. Ранние европейские таблицы. Уже во времена аль-Хорезми его таблицы не были единственными. Аль-Мамун повелел составить таблицы, которые получили его имя. Я не нашел каких бы то ни было свидетельств, которые помогли бы сравнить таблицы аль-Хорезми и таблицы аль-Мамуна. В обсерватории Дома Мудрости, находившейся в Шаммаши, в интересах надежности астрономических данных соблюдался особый протокол записи наблюдений, что, конечно, постоянно побуждало к улучшению арабских таблиц. Большинство материалов исчезло, но улучшенные таблицы попали в Европу.

В XI в. арабские ученые составили т. наз. Толедские Таблицы, объединив данные таблиц аль-Хорезми и аль-Баттани: еще одно свидетельство влияния аль-Хорезми. При этом некоторые данные были перепривязаны к Толедо вместо Багдада. В это время по всей Европе прокатилась волна интереса к астрономии и астрологии, что повысило потребность в таблицах. Так из арабских Толедских Таблиц возникли христианские таблицы, которые в большом количестве экземпляров разошлись по всей Европе. Эрнст Циннер, ведущий немецкий специалист по Толедским Таблицам, насчитал их 52 экземпляра, подчеркнув, что этот список не полон. Только малая часть из них подверглась редактированию и публикации в наше время.

К концу XIII в. познания в астрономии значительно расширились и Толедские Таблицы начали подвергаться критике. Тогда Альфонс X Кастильский, еще один ученый на троне, прозванный "el Sabio", т. е. Мудрый, (1221–1284), финансировал разработку новых таблиц, которые получили его имя. Коллектив разработчиков, возглавлявшийся раввином Иссаком бен Самдом (его зва-

ли также Хассаном), завершил работу в 1252 г. Начиная с 1483 г., эти таблицы несколько раз перепечатывались в Венеции, а в 1488 г. были изданы в Аугсбурге.

2. АРИФМЕТИКА – Книга Хисаб аль-'Ада аль-хинди (лат. *Algoritmi de numero indorum*)

2.А. Рукопись. Если ТАБЛИЦЫ создали репутацию и предопределили судьбу аль-Хорезми при его жизни и в кругу арабской науки, то его АРИФМЕТИКА внесла его навечно в историю математики, сделали его непререкаемым авторитетом в средневековой математике и сохранила его имя в термине "алгоритм". Его личность, однако, полностью скрылась за его научными достижениями и за термином, так что очень скоро никто и не знал, что Алгоритмус был человеком. Да и сейчас можно сказать с уверенностью, что большинство людей, употребляя термин "алгоритм", не знают ничего о его связи с человеком и с существующей сейчас страной.

В заметке, направленной в 1858 г. во Французскую Академию наук, Мишель Шасле добавляет следующее замечание о рукописи АРИФМЕТИКИ, только что найденной итальянским историком математики принцем Балдасаром Бонкампаньи и опубликованной под названием "*Algoritmi de numero indorum*":

"Эта работа представляет поистине интересной. Она проливает живой свет на до сих пор неясное происхождение слова 'алгорисмус'. Известно, что в течение XIII в. это слово стало обозначать нашу арифметику; оно употребляется также и в алгебре, но в другом значении."

В объяснении, предлагаемом Академии наук, Мишель Шасле говорит:

"Текст, судя по всему, является переводом арабской работы, причем первым, для которого можно с долей определенности утверждать о существовании арабского оригинала. Работа приписывается некоему Алгоритми, без сомнения, арабскому автору, что немедленно заставляет вспомнить имя знаменитого геометра Абу Джафара Мухаммеда ибн Мусы".

Эта атрибуция подтверждается самоцитированием аль-Хорезми (который действительно упоминал свою АЛГЕБРУ в АРИФМЕТИКЕ) и выдержкой из "Библиотеки философов", приведенной Касири и гласящей, что "аль-Хорезми принес арабам знание арифметики в индийской системе (счисления), превосходящей все остальные ком-

фактностью и легкостью".

Родиной позиционной системы счисления без сомнений является Индия, хотя мало что можно сказать о ее начальной истории. Здесь не место уходить вглубь истории раннеиндийской математики (к тому же, все, что я успел сделать, — это прочитать несколько книг).

Мы располагаем несколькими различными и не во всем совпадающими свидетельствами, что во времена аль-Мансура, в окрестности 772 г., в Багдаде появился индийский математик и астроном. Он владел исчислением, которое называлось Зиндхинд, знал движение светил и умел вычислять затмения. У него были таблицы с шагом в половину углового градуса и в минуту по времени. Все это помещалось в книге, подлежащей переводу на арабский. Эта задача была доверена аль-Фазари. Его перевод был в употреблении, пока аль-Хорезми не переписал свои ТАБЛИЦЫ. Легко допустить, что АРИФМЕТИКА основывалась на том же источнике.

Таким образом, ко времени аль-Хорезми индийская числовая система была известна уже 50 лет. Почему же именно аль-Хорезми выпало написать трактат, который распространил эту систему сначала по всему калифату, а потом среди всех европейских математиков? Совершенно очевидно, что он преуспел в этом потому, что выразил новую идею в форме, в которой ей легко было научиться как высоко- так и малообразованному читателю, как современному, так и потомку, при этом не только научиться, но и оценить преимущества перехода на новый способ записи чисел.

Революция в науке — редкое явление. Работа любого ученого опирается на огромную работу, сделанную предшественниками, на достижения многих поколений. Наука и техника, иногда называемые революционной силой, действительно иногда приводят к революционным последствиям, однако их философия прогресса потрясает дисциплинирована. Прежде всего, кто бы ни предложил или попробовал сам изменить существующие взгляды или методы, должен, прежде чем начать, иметь очень серьезные основания. Это правило является тщательно охраняемой традицией. Во-вторых, если он будет не в состоянии представить все необходимые доказательства, ему либо окажут отпор, либо не примут всерьез, либо просто проигнорируют. Ни один ученый, ни один инженер не чувствуют себя удобно, оказываясь в позиции ниспровергателя

сложившихся методов. Контрреволюция располагает всеми преимуществами пребывания на заблаговременно подготовленных позициях, и легко признать, что стабильность — это первое условие надежной работы. Следовательно, каждый ученый, который предпринимает серьезный шаг, выводящий его из общего строя, немедленно ощущает железную хватку противодействия. Более того, настоящие ученые с мягким характером всегда рассматривают свои собственные достижения очень критично, пытаются их примирить с действительностью или даже найти в них ошибку. Макс Планк является собой выразительный пример такого поведения, в то время как Галилей составил этому полную противоположность.

Насколько можно судить, для аль-Хорезми проблем такого рода не стояло. Он должен был действовать очень осмотрительно. Его новшеству противостояла многовековая традиция записи чисел, при этом, как мы показали в разделе I, система буквенного кодирования чисел была вовсе не так уж плоха, особенно для таблиц; в любом случае она была намного лучше системы римских цифр, в которую средневековые ученые переводили раннеарабские математические труды и таблицы. Сам ли аль-Мамун оценил значение индийской системы для распространения арифметических знаний по своей империи или это был аль-Хорезми, кто убедил калифа? В любом случае аль-Хорезми должен был иметь сильную поддержку и защиту, иначе его трактат не получил бы такого распространения по всем арабским странам.

К несчастью, арабский оригинал АРИФМЕТИКИ до нас не дошел; даже ее название является реконструкцией и не может считаться аутентичным. Мы располагаем только одной рукописью латинского перевода, по-видимому, написанной в XIII в. в аббатстве Св. Эдмундса под Бедфордом и попавшей оттуда в библиотеку Кембриджского университета. Эта рукопись была тщательно отредактирована (но не переведена) немецким востоковедом и историком математики Куртом Фогелем.

Латинские переводы обычно появлялись без введений, т.к. арабские трактаты обычно начинались с обращений к аллаху и его пророку. Переводчики — монахи-христиане, которые обычно выступали в роли переводчиков, не могли включить перевод этих обращений, но и не хотели менять текст. Поэтому они оставляли введение вовсе непереведенным, так что мы не знаем, похоже

ли введение к АРИФМЕТИКЕ на введение к АЛГЕБРЕ, содержащее благодарность калифу за его поддержку и инициативу, или же оно содержит другие мотивировки.

Я вынужден не касаться истории распространения арабских цифр и эволюции их очертаний: это был бы длинный, сложный и в целом запутанный рассказ.

2.Б. Содержание

1. Введение в индийские знаки и значения позиций
2. Сложение и вычитание
3. Раздвоение и удвоение
4. Умножение
5. Деление
6. Дроби и шестидесятиричная система
7. Умножение дробей
8. Деление дробей
9. Расположение дробей
10. Умножение дробей
11. Деление дробей
12. Корень

2.Г. Влияние. Вытует общее мнение, не только в Центральной Европе, что знакомство с греческими философией, математикой и другими науками, приведшее к Возрождению в Европе, состоялось благодаря крестовым походам, дипломатическим и научным контактам с Византийской империей и, наконец, беженцам из Византии после ее покорения в 1453 г. Свидетельства, которые дает более глубокое изучение, показывают, что эти источники знания, если и оказывали какое-либо влияние, то лишь второстепенное. Греческие авторы стали известны от арабов, пришедших в Испанию. Когда испанцы стали теснить мавров и отбирать у них город за городом, то многие арабские ученые там оставались и в мирные периоды осуществляли интенсивный научный обмен с теми христианскими учеными, которые овладевали арабским языком. Главным таким городом был Толедо, а большинство переводчиков составляли английские монахи.

Три пути

Итак, путь, которым распространялась индийская система счисления в Европе, начался в Испании и Англии, а затем переходил от монастыря к монастырю. Курт Фогель излагает свою версию последовательности событий и зависимостей раннеевропейских рукописей АРИФМЕТИКИ в виде диаграммы, на которой рукописи аль-Хорезми составляют среднюю линию, а на ее флангах разме-

даются две группы трактатов: слева "Либер Исагорум Алкоризми", или "Книга введения в алгоритм", и справа "Либер Алгоарисми" Иоганнеса Испаленсиса.

Второй путь распространения индийских чисел в Европе был проложен Фибоначчи, или Леонардо Пизанским, с помощью его книги "Либер Аббаки", написанной в 1204 г. Леонардо Пизанский был сыном купца, который имел сеть агентств по всему Арабскому Среднеземноморью. Интересуясь математикой, Леонардо преуспел в сборе многих сведений об арабской математике и, как можно видеть из его книги, ставшей компендиумом накопленного знания, он нашел следы трактата аль-Хорезми; аналогичные следы просматриваются в трактатах и других материалов вплоть до Адама Риса.

Мог существовать и третий путь, который, по моему мнению, заслуживает более тщательного исследования. В течение XIII в. немецкие Хохенштауфены правили Германией и Италией, держа свой двор в Сицилии с большим числом придворных, в том числе и ученых. Некоторые из них сильно интересовались математикой и наукой и были в состоянии поддерживать научные дискуссии с приезжими арабскими учеными. Было бы более чем удивительно, если бы это не создало притока в Германию обильной устной и письменной информации. Недавняя выставка Штауфера в Штуттгарте была, однако, исключительно бедна научным и математическим содержанием. Мои исследования ни к чему не привели, но, повторяю, я имел возможность просмотреть только вторичные материалы; на самом же деле нужно основательное исследование первичной информации. Похоже, это общее положение, касающееся как историков, так и еще в большей степени востоковедов: многие документы остаются нетронутыми только потому, что никого еще не заинтересовали. Вполне возможно, что новые открытия и лучшее понимание ранней истории европейской математики еще ждут своего часа. Мой опыт показывает, какую огромную помощь предоставляет компактный кабинетный копир, который, хотя и медленно, но становится доступным по цене и полезным в гуманитарных исследованиях так же, как и в технике.

Формальные обозначения

Очень соблазнительно было бы сейчас сосредоточиться на периоде развития математики в Европе с XIII по XVI вв. и пока-

зять влияние работы аль-Хорезми на это развитие. Мне придется ограничиться только несколькими замечаниями. Длительное время обучение математике в европейских университетах сводилось к предмету, называвшемуся компутус и состоявшем в исчислении календарных дат, в частности, в определении точной даты пасхи. Первые профессора математики с "полной нагрузкой" появляются в университетских анналах сравнительно поздно.

Другим удивительно поздним этапом развития математики явились формальные обозначения.

Немецкий историк математики Нессельман различает три исторических периода в развитии математической нотации. Первым этапом является т. наз. риторическая алгебра или рассуждение в полных словах. Второй этап - это синкопическая, или сокращенная, алгебра, по-прежнему существенно риторическая, но применяющая ряд символических сокращений для многократно применяемых операций и соответствующих величин. Третий этап составляет символическая алгебра, какой мы ее знаем. У индусов были элементы такой алгебры, однако ее реальное проникновение в математику состоялось только в середине XVII в. Таким образом, символической алгебре всего лишь чуть больше 300 лет.

В то время как Диофант принадлежит синкопическому периоду, аль-Хорезми относится к риторическому периоду. С определенностью, аль-Хорезми не знал работ Диофанта: его труды не повторяют ни одного из примеров Диофанта и, вообще, Диофант был переведен на арабский лишь 100 годами позже. Аль-Хорезми принадлежит риторической стадии древнеегипетской и вавилонской алгебры (здесь я следую суждениям Соломона Гандза) - величественная фигура ученого старого типа, восходящего к древним египетским жрецам или халдейским писцам.

3. АЛГЕБРА

3.А. Рукописи. АЛГЕБРА аль-Хорезми - самая ранняя из сохранившихся и доступных арабских книг по математике. В середине XII в. ее первые две главы дважды переводились на латынь Герхардом Кремонским и Робертом Честерским. В отношении второго перевода американский историк математики Джордж Сартон заявил: "Невозможно переоценить значимость этого перевода. Мож-

но сказать, что он отмечает начало европейской алгебры". Соломон Гандз называет АЛГЕБРУ аль-Хорезми "основанием и краеугольным камнем этой науки".

В конце XVIII в. математики начали изучать историю своего предмета. В 1797 г. Пьетро Кассали написал статью под названием "Происхождение, появление и первое развитие алгебры в Италии". Он воздает хвалу аль-Хорезми, однако остается неясным, видел ли он рукописи его работ. АРИФМЕТИКА была обнаружена в 1857 г. итальянским историком математики Балдасаром Бонкампани; АЛГЕБРА много раньше попала в Бодлейновскую библиотеку и переведена в 1831 г. на английский Германом Фредериком Розеном, жившим в то время в Англии. Это первый и пока единственный перевод всей книги.

Рукописи латинских переводов довольно многочисленны и хранятся в главных европейских библиотеках Парижа, Оксфорда, Кембриджа, Дрездена, Ватикана, Вены, Тьбингена и др. Ни в одной из них нет 4-й главы и большинство из них содержит только I-ю главу.

Я уже говорил о крайней желательности подготовки улучшенного перевода, который использовал бы все существующие рукописи.

Имела место оживленная дискуссия о происхождении АЛГЕБРЫ: греческом ли, индусском, еврейском или вавилонском. Ни одна версия не выдерживает критики при детальном изучении. Аль-Хорезми был универсалистом во многих отношениях и усваивал все, что находил, следуя своему, очень прагматическому подходу.

3.Б. Содержание. Содержание АЛГЕБРЫ естественно раскрывается перечислением ее относительно независимых четырех глав - настолько независимых, что их можно было бы считать четырьмя отдельными книгами, если бы не введение самого аль-Хорезми, показывающее, что он видел всю эту книгу как одно целое.

Эти четыре главы следующие:

- (1) Решение уравнений
- (2) Торговые расчеты
- (3) Геометрия
- (4) Алгебра расчета наследств

DIXIT ALGORIZMI:

Я нашел, что числа, используемые в вычислениях пополнением и сокращением, бывают трех видов: корни, степени и простые числа.

Корень — это количество, которое умножается само на себя. Степень — это количество корней, умноженных самих на себя. Простое число — это то, которое может быть названо без упоминания корня или степени.

DIXIT ALGORIZMI:

Мы обнаружили, что любой вопрос, который для своего разрешения требует приравнивания или сокращения, приведет тебя к одному из шести случаев, которые я предложил в этой книге.

Эти выдержки создадут контекст первой главы. АЛГЕБРА аль-Хорезми ограничивается уравнениями с одним неизвестным в первой или второй степени.

Следуя древней традиции, неизвестное, квадрат неизвестного и константа имеют в АЛГЕБРЕ каждое свое имя.

- (1) Корень (аль-джадхр), иногда называемый "вещь" (шай), — это выражение неизвестного. Латинские переводы используют "радикс", "рез" или "кауза".
- (2) Степень (аль-маль), что также означает капитал, собственность или состояние, — это другое выражение неизвестного, так что слово "маль" тоже иногда используется в смысле "неизвестное". Латинские переводы испльзуют слово "цензус".
- (3) Простое число, по-латыни — "номерус", является обычно именнованным значением, выражаемым в драмах (дирхемах).

То, что в нашей символической алгебре выглядит как

$$x^2 + 10x = 39,$$

аль-Хорезми выражает следующим предложением:

"Степень и десять корней в том же количестве, что и тридцать девять драм".

Шаг, сделанный аль-Хорезми, — можно думать, что в этом и состоял его личный вклад в математику, — состоит в том, что он заменил старовавилонский набор маленьких хитростей стандартными приемами. Он говорит, что, какова бы ни была исходная задача, она сводится к шести случаям, добавляя при этом, что указанных шести форм достаточно.

Наличие шести случаев логически вытекает из того, что аль-

Хорезми не рассматривал отрицательные числа как количества; величина может вычитаться, но отрицательное значение нереально. С этим ограничением, рассмотренные им шесть случаев – это "реалистическое" подмножество двенадцати случаев, как мы сегодня можем видеть:

$$a \cdot x^2 + p \cdot x + c = 0$$

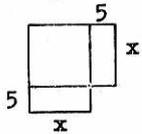
a	p	c	уравнение	примечание	почтенный пример
+	+	+	$a \cdot x^2 + p \cdot x + c = 0$	невозможен	
+	+	0	$a \cdot x^2 + p \cdot x = 0$	невозможен	
+	+	-	$a \cdot x^2 + p \cdot x - c = 0$	(4)	$x^2 + 10x = 39$
+	0	+	$a \cdot x^2 + c = 0$	невозможен	
+	0	0	$a \cdot x^2 = 0$	невозможен	
+	0	-	$a \cdot x^2 - c = 0$	(2)	$5x^2 = 80$
+	-	+	$a \cdot x^2 - p \cdot x + c = 0$	(5)	$x^2 + 10 = 21x$
+	-	0	$a \cdot x^2 - p \cdot x = 0$	(1)	$x^2 = 5x$
+	-	-	$a \cdot x^2 - p \cdot x - c = 0$	(6)	$x^2 = 3x + 4$
0	+	+	$p \cdot x + c = 0$	невозможен	
0	+	0	$p \cdot x = 0$	невозможен	
0	+	-	$p \cdot x - c = 0$	(3)	$4x = 20$

Для форм (1)–(3) аль-Хорезми приводит простые примеры, демонстрируя алгоритм. Для форм (4)–(6) он снова дает примеры и алгоритмы, а затем возвращается к ним и рисует чертеж, являющийся одновременно и иллюстрацией и доказательством правильности вычисления.

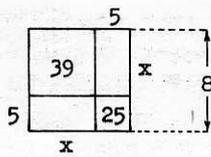
Выше приведенное уравнение $x^2 + 10x = 39$, поистине почтенный пример, над которым со времени аль-Хорезми в течение веков просиживали тысячи арабских и европейских студентов, постигая правила его решения, относится к случаю (4). Метод аль-Хорезми состоит в следующем. Мы знаем, что x^2 – это квадрат с неизвестной стороной. Давайте его нарисуем:



Этот квадрат должен быть дополнен десятью корнями, давайте добавим по пять корней с каждой стороны квадрата:



Если мы пополним получившуюся площадь (которая, как мы знаем, равна 39) квадратом со сторонами 5, т.е. площадью 25,



то мы получим больший квадрат с площадью $39 + 25 = 64$. Нам известна теперь его сторона, равная 8, и т.к. 5 было добавлено при пополнении, то возникающая разность в 3 и есть значение неизвестного. Мы испол-

нили алгоритм, который при некотором навыке может применяться механически, однако в любой момент мы можем обратиться к чертежу и понять, почему алгоритм должен применяться так, как предписано. Алгоритм аль-Хорезми, в равной степени, элегантен и прозрачен.

Кто-нибудь захочет возразить, что аль-Хорезми теряет второй корень, - 13. Отрицательные величины, однако, для него не существуют. У него корень, равный 13, может получиться из другого уравнения, а именно, $x^2 = 10x + 39$, относящегося к случаю (6).

В этом месте я вклинься с замечанием о смысле слова "алгебра". Название книги аль-Хорезми "аль-габр в'аль-муккабала" переводилось многими способами, например, "пополнение и сокращение" или "восстановление и сравнение", различая два сорта действий - удаление отрицательных величин из уравнения и удаление положительных величин из обеих частей уравнения.

Поскольку аль-Хорезми не выразил явно эти два сорта действий, он подвергался упрекам в употреблении названия без объяснения читателю, что оно значит.

Я склонен следовать Соломону Гандзу в его мнении, что слово "аль-габр" является арабской версией древнеавилонского слова "габру", означавшему искусство решения уравнений, и что "аль-муккабала" - это арабская транскрипция того же слова. Оба слова означали для арабов искусство решения уравнений, так что заглавие, взятое аль-Хорезми, было абсолютно ясным для читателей его времени.

Глава II. Торговые расчеты

DIXIT ALGORIZMI:

Знаю, что все торговые дела людей - все, касающееся купли и продажи, обмена и займа, - связаны с двумя вариантами вопросов, задаваемых вопрошающим, и с четырьмя числами, называемыми вопрошающим, а именно, аль-мус'ар, величина предлагаемого; аль-си'р, цена предлагаемого; аль-таман, величина запрашиваемого; и аль-мутамман, цена запрашивае-

мого. Величина предлагаемого сопоставлена цене запрашиваемого и цена предлагаемого сопоставлена величине запрашиваемого. Из этих четырех чисел три всегда известны и одно неизвестно. И правило таково: ты смотришь на три известных числа и нет другого способа, как взять два известных сопоставленных числа и перемножить, каждое со своим сопоставленным, и то, что получится, разделить на оставшееся известное число, сопоставленное к которому неизвестно. И то, что ты получишь, будет неизвестным числом, о котором был вопрос, и оно сопоставлено числу, на которое ты делил.

Аль-Хорезми немедленно добавляет к предписанию серию примеров. Я позволю себе воспроизвести первый пример.

DIXIT ALGORIZMI:

Десять кафицев (единица объема) стоят шесть драхм. Сколько ты получишь на четыре драхмы?

Мудрость аль-Хорезми видна из следующего примера: человек нанялся работать на винограднике на 30 дней за 10 драхм. Он проработал 6 дней. Какую часть обещанного он должен получить? Этот вопрос настолько прост, что ответ получается немедленно. Однако он поднимает вопрос, который остается проблемой для учащихся даже в наши дни: переход от ситуации в реальной жизни к математической формулировке.

DIXIT ALGORIZMI:

С этими двумя вариантами каждый сможет решить все задачи — и без ошибки, если на то воля божья.

И это, пожалуй, все, что можно сказать об этой главе.

Глава III: Геометрия

Содержание: площадь, треугольники, ромб, круг, сегмент, призма, пирамида и конус, теорема Пифагора, прямоугольник, еще о треугольнике, окружность и конус, усеченная пирамида и как вписать квадрат в равносторонний треугольник.

DIXIT ALGORIZMI:

Знаю, что в каждом прямоугольном треугольнике, если каждую из более коротких сторон умножить саму на себя, а полученные произведения сложить, то сумма будет равна произведению более длинной стороны самой на себя.

Аль-Хорезми не дает общего правила и приводит только чертеж для случая симметричного прямоугольного треугольника, для которого доказательство легко видно.

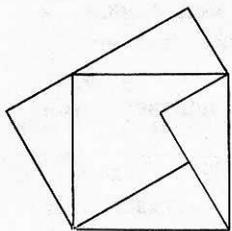
Аль-Хорезми приводит три разных значения для π , каждое в форме алгоритма вычисления длины окружности по диаметру.

Три значения таковы:

$22/7$, $\sqrt{10}$ и $62843/20000$

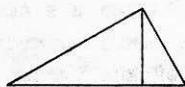
Все три значения восходят к индусам, и аль-Хорезми дает понять читателю, что все три числа являются приближениями.

Спустя два поколения Табит ибн Курра, ученик трех сыновей Мусы, о котором мы уже говорили, нашел доказательство теоремы Пифагора, которое аль-Хорезми вполне мог бы пожелать включить в свою книгу, хотя практическое руководство не имело целью обременять алгоритмы доказательствами. Мне нравится это доказа-



тельство не только из-за его простоты, но еще и потому, что я сам нашел его, когда по немецкой мобилизации служил курсантом высшей школы по электронике в Салониках. Не спустилась ли идея ко мне с вершины Олимпа, которую я видел каждый день? Я послал доказательство своему учителю матема-

тики в Вене, который ответил коротко: "Очень хорошо, молодой человек, но это доказательство известно в X в.!". Я так и не смог спросить своего учителя, который был убит за своим столом разрывом снаряда в последние дни битвы за Вену: "Почему школьникам не дают это доказательство?"



Я показал это доказательство Эдсгеру Дейкстре, и он дал мне взамен другое. Если доказательство Табита ибн Курры понятно ребенку, то доказательство

Дейкстры требует знания. С другой стороны, оно требует в треугольнике только проведения высоты. В результате получается три подобных треугольника. В подобных треугольниках все соответствующие отрезки связаны одним и тем же отношением, а площади соотносятся как квадраты соответствующих отрезков. Следовательно, поскольку сумма меньших треугольников образует больший треугольник, то же самое должно быть справедливо для квадратов, построенных на их гипотенузах.

Отступление о геометрии аль-Хорезми: еврейская мишна 150г.?
Древнееврейские ученые Раши, Ялкупт, Ибн Эзра и другие ссылаются на книгу под названием "Мишна сорока девяти мидот". Ссылки упоминают геометрические теоремы и измерения Храма. Немецкий востоковед Мориц Штайншнайдер нашел в 1862 г. в Мюнхене очень старую еврейскую рукопись по геометрии, написанную в 1480 г.

в Византии под названием "Мишна ха-Мидот". Эта рукопись содержала сведения по геометрии, но ничего по измерению Храма.

Двадцатью годами позже немецкий математик Шапира опубликовал улучшенный перевод мишны. Он первым обратил внимание на удивительную похожесть этой рукописи и Геометрии аль-Хорезми. Развернулась научная дискуссия, которая вряд ли придет к заключению: списали ли еврейские ученые главу аль-Хорезми или аль-Хорезми списал еврейскую мишну? Соломон Гандз занимался этой проблемой между 1925 и 1932 гг. и заключил, что мишна относится к 150 г. У него оказался еще одна рукопись, фрагмент, содержащий разделы об измерении Храма и подтверждавший название "Мишна сорока девяти мидот".

Сопоставление работ действительно изумляет. Различия состоят не более чем в расположении разделов. Я обсуждал этот вопрос с одним из наиболее знающих специалистов древнееврейской литературы профессором Шолемом, и он разделяет вывод Гандза из-за очень старого и характерного языка рукописи.

Трудно, конечно, вести доказательные рассуждения, основываясь на копиях копий с копий. Многие аргументы говорят в пользу еврейского приоритета, многие - против. Думаю, что аль-Хорезми отнесся бы к этой дискуссии с улыбкой. У него был доступ ко многим старым рукописям; при дворе аль-Мауна и в Академии могло быть немало еврейских ученых. Если текст годится в дело, почему его не использовать? А если еврейские ученые использовали его текст, чтобы приготовить еврейское введение в геометрию путем перекомпоновки его трактата, - что тут плохого? Аль-Хорезми улыбнулся бы и оставил нас наедине с нашими сомнениями. Тайны подобного рода никому не причинят вреда.

Глава IV. Алгебра расчета наследств

Содержание: много примеров дел о наследствах, когда простое деление наследства затрудняется наличием завещания.

Аль-Хорезми всюду в этой главе следует определенной системе, которая, как указывает Гандз, состоит из четырех частей:

- (1) Устанавливаются факты и данные о законных наследниках и собираются завещания, обуславливающие раздел.
- (2) Вычисления начинаются с отыскания общего делителя всех долей, выражаемого некоторым целым числом.

(3) Вычисления продолжают с учетом условий завещаний, что либо повышает величину общего делителя, либо вводит некоторые неизвестные.

(4) Последующее решение состоит из двух частей. Сначала определяются размеры завещанных долей, а затем остаток делится среди наследников по законам мусульманского права.

Аль-Хорезми во всех случаях опускает тривиальные шаги; глава предназначена для продвинутых читателей, что объясняет принятый подход. Читатели должны уже владеть общими правилами наследования из школ Корана. Это очень простое обстоятельство имело впоследствии весьма негативные последствия для аль-Хорезми. Через тысячу лет после его смерти он был как математик обвинен в посредственности.

Диффамация и реабилитация аль-Хорезми

Любой выдающийся и знаменитый человек подвержен риску нападок или клеветы. Похоже, что аль-Хорезми в течение своей жизни приходилось оказываться в центре борьбы мнений, естественной для научного мира. Но он подвергался нападкам и после смерти, о чем мы знаем из работ, написанных в его защиту и реабилитирующих его.

Нападки на ученого, жившего за тысячу лет до этого, — это редкость, однако это характеризует уникальность позиции аль-Хорезми. Причиной тому, при этом довольно удивительной, стал факт очень раннего перевода АЛГЕБРЫ, а именно в 1831 г. Его переводчик, Фредерик Розен, немец, живший в Англии, воздает должное аль-Хорезми за его стиль и дидактические достоинства, замечая при этом, что аль-Хорезми не может считаться реальным сочинителем написанной им АЛГЕБРЫ. В своей вступительной заметке к четвертой главе он допускает поистине клеветническое высказывание:

Решения, предлагаемые автором для остальных задач в этом трактате, являются, с математической точки зрения, по большей части неправильными. Дело не в том, что задачи, сведенные к уравнениям, неверно решаются. Дело в том, что при сведении задачи к уравнению делаются произвольные допущения, чуждые и противоречащие первоначально установленным посылкам. Целью этого, как должно видеть, является подгонка решений к правилам наследования в толковании арабских юристов. При этом направленность интерпретации юристов и решений автора состоит в увеличении доли, при-

ходящейся наследнику и ближайшим родственникам (в противовес воле завещания - Ред.).

Такое высказывание, как говорит Соломон Гандз, наносит сильный удар репутации аль-Хорезми как математику и ученому. Если обвинения подобного рода справедливы, то как можно считать аль-Хорезми одним из величайших ученых своего народа, крупнейшим математиком своего времени и одним из крупнейших всех времен? И надо сказать, что высказывание Розена вполне сыграло свою отрицательную роль, потому что диффамация продолжалась. Мориц Кантор и Герман Ханкель в своих книгах по истории математики смягчали нападки, говоря, что противоречивые приемы были вызваны необходимостью объединения противоречивых требований. Тем не менее немецкие ученые Руска и Вилийтнер - первый арабист и второй математик - повторили атаку и заявили, что

произвольные допущения более часты в предшествующих главах, поскольку многие из ранее встречавшихся примеров могли бы быть все равно решены без таких предположений, не оговоренных в тексте.

Итак, аль-Хорезми снова оказался подозреваем в манипулировании задачами, которые был не в состоянии правильно решить. Его реабилитация пришла с работой Соломона Гандза, опубликованной в 1936 г. Он начинает со следующего замечания:

Некоторые философы полагают, что произвольность не существует, что ее источник лежит в нашем поведении. Если мы не задумываемся о более глубокой причине наших действий, мы верим, что поступаем произвольно. В нашем случае приписываемая аль-Хорезми произвольность исключительно обязана неведению его критиков.

Отправной точкой диффамации было незнание Розеном и другими критиками простых правил раздела наследства, которые аль-Хорезми предполагал известными и имел полные основания для такого предположения.

Вот что говорит критик Вилийтнер: "Поскольку юридические условия, из которых возникает проблема, извлекаются только из решения, то способ решения задачи безнадежно запутывается". Гандз отвечает, что "аль-Хорезми поистине изумился и безнадежно запутался бы, если бы обнаружил, что люди приступают к алгебре расчета наследств до того, как изучат законы наследования, и что они пытаются найти соответствующее правило закона путем догадки или извлекая его из решения".

Затем Гандз строит доказательство за доказательством, что все примеры аль-Хорезми не только правильно решены в форме уравнений, но что они в равной степени правильны и на стадии перехода от словесной формулировки к написанию уравнений.

Конечно, языковые трудности во всей этой работе по переводу неисчислимы. Розен, например, вовсе не был математиком. У него всего лишь был приятель-математик (который, кстати, и подбил его на перевод), и Розен определенно не знал ничего об арабских законах Корана. Я подозреваю также, что его знание арабского было недостаточно по сравнению с тем, что требуется знать о классическом арабском языке работы аль-Хорезми.

Суммируя, можно сказать, что "Алгебра расчета наследств" была столь же точна и ясна, как и другие написанные им трактаты. Диффамация оказалась фактически результатом пробела знаний его переводчиков. Резкие слова Карла Крауса "Übersetzung ist Unfug" (перевод - это бесчинство) получили еще одно подтверждение.

Последнее замечание об "Алгебре расчета наследств". Когда я впервые столкнулся с этой главой, я предполагал, что все трудности мусульманских законов о наследовании проистекают из института полигамии. Представьте себе четырех жен с различными юридическими статусами и, следовательно, четыре группы детей. Однако во всех 80 примерах аль-Хорезми - ни единого следа многоженства. Во всех примерах фигурирует только одна жена или вдова.

Глава о наследствах, естественно, не оказала никакого отрицательного влияния на европейскую средневековую математику. Она не переводилась на латынь и была переоткрыта только в XIX в. Однако первые три главы ознаменовали начало европейской математики. Явно или неявно, аль-Хорезми сформировал европейскую математику своей популярной, прагматической и лаконичной книгой в большей степени, нежели большое число куда более наукообразных книг, написанных коллегами аль-Хорезми.

АРИМЕТИКА, АЛГЕБРА, а также тригонометрический раздел ТАБЛИЦ были переведены на русский язык (Мухаммед аль-Хорезми. Математические трактаты. (Пер. Ю.Х.Копелевич и Б.А.Розенфельда. Комментарии Б.А.Розенфельда) - Ташкент: Изд. "Наука" Узб. ССР, 1964).

4.А. Рукопись

DIXIT ALGORIZMI:

Поскольку знанием об этом обладают лишь некоторые из Евреев, я написал для каждого, кто имеет причину пользоваться этим.

Эта рукопись была найдена в Банкипурской библиотеке близ Патры, Индия, и опубликована Бюро восточных публикаций в Хайдарабаде в 1948 г. Ф.С.Кеннеди прореферировал и прокомментировал этот трактат. Он находит в тексте внутренние доказательства, позволяющие приписать его аль-Хорезми, и заключает свой комментарий выводом, что в начале IX в. основа доктрины циклического религиозного календаря имела широкое распространение среди еврейских сообществ, о чем нам до сих пор известно лишь немного. Из трех источников (Маймонид, аль-Бируни и аль-Хорезми) последний - самый ранний. Даты, упоминаемые в трактате, относятся к 823-824 гг., разумно предположить, что это период написания трактата.

4.Б. Содержание. Трактат состоит из следующих разделов: после введения, излагающего библейские предпосылки создания календаря, помещается список названий месяцев и число дней в них. Синодический месяц берется равным 29 дням 12 часам и 793 гелекам; эта хорошо известная величина была установлена вавилонянами, и гелек - это древнееврейская мера единицы времени, равная $1/1080$ часа. Десятичный эквивалент равен 29.53059, и это в точности соответствует принятой сейчас длине дня, в то время как длина года, которая приводится чуть позднее, полагается равной 365.24682, что на 0.00462 дня или на одну тысячную процента больше точного значения. Затем даются правила для исчисления дня Нового года (первое тишри) и длины изменяющихся месяцев. Хронологическая протяженность времени с сотворения Адама и до 1135 г. александрийской эры берется равной 4582, что фиксирует даты последующих расположений планет. Затем дается правило расчета средних долгот солнца и луны в любое заданное время, а последний раздел содержит правило для отсчета времени с момента последнего новолуния. Все эти алгоритмы

позволяют определить устройство календаря в любой год. Во всех алгоритмах предусмотрены только действия с целыми числами.

5. ХРОНИКА - Книга ат-тарих

ХРОНИКА аль-Хорезми не сохранилась. Существует лишь Хроника архиепископа (митрополита) Нисибийского Элиаса Бар Шинайи, единственная рукопись которой хранится в Британском музее. Нисибис - это сегодня Нусайбин, турецкая станция на сирийско-турецкой границе железной дороги Стамбул-Багдад. Во времена Элиаса город был важным центром христианства. Хроника Элиаса - это фрагмент со многими вырванными или испорченными страницами, из которого можно лишь получить идею того, как могла бы выглядеть ХРОНИКА аль-Хорезми, благодаря тому, что Элиас очень скрупулезно аннотировал, из каких источников заимствовалась та или иная часть его текста.

Похоже, что аль-Хорезми вел свою ХРОНИКУ со смерти Мухаммеда: именно с этого времени начинаются выдержки из его работы. Однако из-за того, что наиболее интересные и решающие годы с 786 по 877 в этой уникальной рукописи отсутствуют, мы не можем узнать, когда аль-Хорезми начал свою ХРОНИКУ и как он записывал события своего времени.

Чтобы дать пример извлечения, приведу запись, относящуюся к 74 г. хиджры.

DIXIT ALGORIZMI (в его ХРОНИКЕ):

Год 74 начался во вторник, 13 иджара 1004. В нем случилось солнечное затмение, так что 29 джамади или 5 тишри I стали видны звезды.

13 иджара 1004 г. эры Селевкидов - это 13 мая 693 г. Затмение можно найти в таблицах Р.Шрама. 29 джамади I в арабском календаре - это 5 тишри I в сирийском календаре и 5 октября 693 г., JD = 1974454. В Багдаде кульминация затмения приходилась на II час. местного времени.

6. ГЕОГРАФИЯ

6.А. Рукопись. Когда Вильгельм Шпитта, по прозвищу Шпитта-Бей, немецкий востоковед, купил в Каире в октябре 1878 г. рукопись, которую затем подверг более тщательному изучению, он подумал, что это - арабская транскрипция выдержек из Птолемея-

вой Географии. Она состояла из 45 страниц, некоторые в очень плохом состоянии, оборванные и со следами склеек; при переписках были пропущены многие знаки пунктуации. Для имен это создавало значительные трудности, но для координат это было просто катастрофой. Венский востоковед Ганс фон Мжик отредактировал и опубликовал рукопись ГЕОГРАФИИ в 1928 г. Он предпринял титанические усилия к восстановлению правильной пунктуации, рассматривая возникавшие проблемы с разных сторон и сравнивая данные с другими (более поздними) источниками.

Рукопись продолжала оставаться, как она и показалась Шпитта-Бею, уникальным сокровищем, однако дальнейшие исследования показали, что ГЕОГРАФИЯ была оригинальным документом, использующим данные Птолемея, но нанесенные на совершенно другую карту.

6.Б. Содержание. Введение отсутствует и сразу вслед за формулой "Во имя Господа, всеблагого и милостивого" начинаются таблицы, дающие географическое положение - долгота и широта - 537 городов, 209 гор (с указанием краевых и вершинных точек поднятий, сопровождаемых цветом - не их натуральным, но с очевидностью цветом с карты аль-Мамуна), характерных точек на берегах пяти океанов, многих озер и островов, дополненные списком рек.

- | | |
|------------|--|
| (1) 16°27' | Каждая глава организована, следуя древней |
| (2) 24° | (Греческой) концепции семи климатов, т.е. |
| (3) 30°22' | полос, параллельных экватору с границами |
| (4) 36° | по указанным широтам. Вначале различие между |
| (5) 41° | климатами основывалось на длине дня в |
| (6) 45° | регионе, но аль-Хорезми выработал свою классификацию, или более точно, систему граничных |
| (7) 48° | линий. |

Приходится сожалеть, что никто не построил карту по этим таблицам. Это был бы выдающийся экспонат любого музея. По старым арабским картам мы можем получить представление о том, как могла бы выглядеть демонстрационная карта аль-Мамуна. Арабские карты очень абстрактны, ближе к топологии, нежели к фотографии. Легко понять гордость, с которой аль-Мамун показывал во дворце своим гостям весь мир и свою империю.

6.В. Картина мира. Знание картины мира росло очень медленно

но. В качестве примера можно взять описание Каспийского моря. Репродукция очертаний моря, построенных Даунихтом в его диссертации, выполненной в Бонне в 1968 г., показывает странное искажение его формы (почти круглый эллипс с большой осью, идущей с юго-запада на северо-восток, и с небольшим заливом в юго-восточной части, углубленным в сторону Хорезма - Ред.).

Можно предположить, что арабы были подвержены той же ошибке, что и европейцы, игнорируя существование Аральского озера или же полагая его восточной частью Каспийского моря. Однако перечень аль-Хорезми содержит координаты Аральского озера, хотя и не дает никаких деталей о его очертаниях. С другой стороны, устья Окса и Яксарта (Аму-Дарьи и Сыр-Дарьи) указаны. Если отвлечься от этого искажения, карта дает в остальном правильное представление. И у нас нет никаких причин принижать ценность географических работ арабов. В качестве примера я мог бы взять карту XVIII в. провинции, окружающей Вену. На этой карте изображено озеро Нойзидль, чье истинное очертание сильно напоминает Каспийское море. В то же время на карте озеро показано в искаженном виде, а само искажение почти в точности воспроизводит искажение, допущенное в карте аль-Хорезми. Никакой любитель старых карт не смог бы критиковать эти искажения, тем более что целям ориентации эти карты служили вполне исправно. То же самое верно и для изделия аль-Мамуна.

Если можно понять, объяснить и, стало быть, извинить эти искажения формы, то объяснить ошибки в местоположении городов Центральной Азии, где мы сейчас находимся, гораздо труднее. Любой погонщик каравана был бы в состоянии оценить расстояния между городами лучше, чем это сделали географы аль-Мамуна. И это трудно понять. Связаны ли эти ошибки с переписываниями? Может быть: я уже говорил, что арабский буквенный код, который, естественно, был использован в этих таблицах, в высшей степени чувствителен к ошибкам. Один пропущенный диакритический знак может перебросить город за сотни километров. Но я не нашел объяснения и до сих пор не понимаю, почему такое большое количество ошибок собралось в точности в одной части света. Я было подумал, что хорезмийцы намеренно исказили карту в качестве средства защитить страну в случае войны, но это объяснение не лучше других и, лишь в крайнем случае, столь же неправ-

доподобно.

Есть еще несколько интригующих фактов о рукописи ГЕОГРАФИИ, ныне находящейся в Страсбурге. Именно в ней имя аль-Хорезми содержит в себе другое имя его сына. Однако наиболее беспокоящей меня вещь является одно заявление Ганса фон Мжика, венского востоковеда, отредактировавшего и издавшего Страсбургскую рукопись. Он сказал, я цитирую, что язык "Китаб сурат" весьма неуклюж, почти варварский и это сильно расходится с ясностью выражения, обнаруживаемой в других книгах аль-Хорезми. ГЕОГРАФИЯ заслуживает дальнейшего более глубокого исследования. После ее редактирования Гансом фон Мжиком в 1968 г. была написана (уже упоминавшаяся - Ред.) диссертация, но это, похоже, все, что мы имеем.

7. АСТРОЛЯБИЯ

DIXIT ALGORIZMI:

Первое, что необходимо при работе с астролябией, - это определение высоты солнца. Для этого поверни астролябию задней стороной к себе и дай ей повиснуть в твоей правой руке; солнце должно быть напротив твоего левого плеча. Затем разверни на солнце девятую линию на шкале градусов, расположенную на задней стороне астролябии. Потом медленно подымай алидаду, пока не увидишь солнце через оба отверстия. Теперь прочитай, на какое из девяти делений, расположенных на задней стороне астролябии, показывает своим острым концом указатель алидады. Это и есть высота солнца в этот час. Запомни ее!

Вот в таком стиле аль-Хорезми учит пользоваться астролябией. Этот инструмент является предшественником теодолита и сектанта. Конечно, в ней нет никаких линз. Она состоит из корпуса и одной или более движущейся части, алидады с двумя отверстиями для фиксации линии зрения. Поскольку инструмент при работе с ним висит на шнуре, угол, читаемый на шкале, соответствует зениту для наблюдателя. Астролябия, однако, больше чем измеритель углов; она является также и аналоговым вычислителем для астрономических функций. На ней можно найти значения синуса и тангенса для радиусов 60 и 12, о чем уже упоминалось в главе о ТАБЛИЦАХ. Выгравировывались и другие астрономические величины и перечни, так что астролябия была и компактным справочником.

Астролябия - это инструмент, который дошел до нас от вре-

мени аль-Хорезми. Ей посвящено много книг, но книга аль-Хорезми — это старейший из известных нам текстов. Она была переведена на немецкий Йозефом Франком из Эрлангена и опубликована в 1922 г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Первая таблица синусов, введение индийской системы счисления, систематизация квадратных уравнений и торговых расчетов — это список достижений, которого одного достаточно, чтобы признать аль-Хорезми одним из важнейших и наиболее влиятельных математиков в истории. Он заслуживает не меньшего уважения, нежели греческие математики, о которых мы слышим так много в средней школе.

Я, однако, хотел бы представить некоторые дополнительные выводы моего исследования аль-Хорезми, которые тесно связаны с предметом нашего симпозиума — алгоритмом.

Как в своих АЛГЕБРЕ и АРИФМЕТИКЕ, так и везде, где это было практично, например, в исчислении календаря, аль-Хорезми выражал концепцию и методологию алгоритма исключительно ясным языком. Его стиль, как и стиль большинства древних математиков, существенно цифровой, стиль, ориентированный на счет в том смысле, что вся обработка концентрируется на целых выражениях и числах. Вместо того, чтобы ввязываться в операции со сложными дробями, величины постоянно преобразуются в минуты, секунды, терции и т.п. так, как будто их должно обрабатывать устройство с костышками или рычажками или импульсами.

Работы аль-Хорезми вводят в математику, так сказать, практические абстракции, абстракции весьма отличные от греческой философии, тесно связанной с реальной природой, даваемой нам в ощущении. Абстракции аль-Хорезми носят операционный, целеустремленный характер; как те абстракции, которые придумываются и применяются в наше время в ЭВМ.

И этот принцип абстракции наводит нас на размышления, которые можно развить по двум направлениям. Первое касается постижения и представления. Аль-Хорезми владел индусским методом доказательства демонстрацией, когда многочисленные объяснения заменялись картинкой с одним словом: СМОТРИ! Показанное мною

доказательство теоремы Пифагора в точности таково. Метод аль-Хорезми для решения всех квадратных уравнений с помощью одного из шести алгоритмов неразрывно связан с шестью чертежами, в которых абстрактность процедуры компенсируется оптическим ПРОЗРЕНИЕМ в фундаментальном смысле этого слова. СМОТРИ на чертеж и ты поймешь алгоритм.

Я думаю, что мы, ученые-вычислители XX в., и в частности, программисты, можем много чего почерпнуть из метода аль-Хорезми и с успехом применить: не топить наших слушателей и читателей потоком механических выкладок, детализаций и вычислений, а натянуть на скелет нашей абстракции некоторую другого рода информацию, к которой требуется добавить только одно простое и старое индусское слово СМОТРИ! – и тогда наш слушатель или читатель сможет абсорбировать суть нашего сообщения, сущность которого мы хотим передать для восприятия и применения.

В ряде случаев этот подход невозможен или не имеет смысла. Вообще говоря, ЭВМ – это опустошительное устройство в своей способности поглощать самые сложные структуры и процессы в пространстве и времени, скрывать их от человеческого восприятия и, стало быть, и от их места возникновения – человеческого ума. Нет слова более бесполезного перед лицом компьютера, нежели слово СМОТРИ! Смотреть можно только на документы, машинные описания и распечатки, неважно, на бумаге или на экране, но как редко мы можем, показав пользователю нашу документацию, ограничить себя этим простым словом СМОТРИ!

И это дает нашей мысли второе направление. Никто при нынешних обстоятельствах не может наблюдать движение структур и процессов в наших машинах. Многие из них настолько сложны, что ни один отдельный человек, даже снабженный идеальной документацией, не сможет сказать, что он знает все о ней. Обилие деталей псбивает человека. Мы вынуждены довериться представлению правильности того, что происходит при машинной обработке информации, но в этом представлении больше беспочвенности, чем мы готовы себе позволить.

Методологически, мы пытаемся преодолеть эту ситуацию путем стремления к совершенству. Алгоритмическое мышление со времен аль-Хорезми достигло такого идеала совершенства, который сам аль-Хорезми скорее всего отверг бы. Мы зачастую ведем

себя так, как будто мы уже достигли полного совершенства, полной предсказуемости, операционного всемогущества и алгоритмической безошибочности. Ему было виднее. Нам тоже теперь виднее. Мы склонны так полагать потому, что мы достигли нашего могущества в определенном контексте. То, что для аль-Хорезми было наукой на грани неведомого, речь идет, скажем, о науке квадратных уравнений, то для нас теперь настолько кристально ясно, что в том, что касается квадратных уравнений, мы можем позволить считать себя всезнающими. В то же самое время мы знаем, что такое совершенство недостижимо даже внутри самой теории алгоритмов. Гёдель, Тьюринг и Марков показали неустрашимое несовершенство этой теории. Сейчас мы приступили к теории доказательства правильности программ. И, конечно, жизнь нам снова и снова демонстрирует эту незамкнутую рекурсивность: доказательство правильности доказательства правильности доказательства правильности и т.д. до бесконечности — эта цепь конца не имеет. Какого бы совершенства не достигнет механика компьютера, она немедленно упирается в несовершенство. Так что неизбежный симбиоз человека и машины — это не только компенсация "некоторого несовершенства", но это может оказаться миллионнократным усилителем человеческого несовершенства.

Аль-Хорезми учит программиста смирению уроком тысячелетней давности и за много лет до Дейкстры напоминает, что мы служим нашему обществу в общем-то так же, как он служил своему калифу. В Багдадском метрополисе люди многих национальностей не только сотрудничали в достижении общих целей; некоторые из них, как аль-Хорезми, осуществили сплав культур, последствия чего пережили века, даже если творцы этого сплава исчезли из истории и должны были ждать — или ждут до сих пор — должного признания. Здесь мы можем остановиться и пожелать друг другу только одного: чтобы через тысячи лет переоткрыватели нашего времени взглянули бы на нашу работу с тем же признанием, с каким мы сейчас обращаем наши взоры на аль-Хорезми и его коллег из Дома Мудрости.